Schleswig-Holstein
Ministerium für Schule
und Berufsbildung

Lehrplan

für die Berufsoberschule

Mathematik

August 2015

Impressum

Lehrplan für die Berufsoberschule (BOS) für das Fach Mathematik

Herausgeber:
Ministerium für Schule und Berufsbildung
des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Straße 16 – 22
24105 Kiel

in Kooperation mit dem
Landesseminar Berufliche Bildung am
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen
Schleswig-Holstein (IQSH)
Schreberweg 5, 24119 Kronshagen
http://www.iqsh.schleswig-holstein.de

Lehrpläne im Internet: http://lehrplan.lernnetz.de

Inhaltsverzeichnis

1 Voraussetzungen und Ausbildungsziel

Dieser Lehrplan bezieht sich auf die Schülerinnen und Schüler, die einen einjährigen Vollzeitunterricht der Schulart Berufsoberschule mit dem Ziel der Erlangung der allgemeinen beziehungsweise fachgebundenen Hochschulreife besuchen. Der Unterricht kann in organisatorischer Verbindung mit dem zweiten Schulleistungsjahr der Qualifikationsphase des Beruflichen Gymnasiums erteilt werden[1].

Im Oktober 2012 wurden von der Kultusministerkonferenz die Bildungsstandards für die Allgemeine Hochschulreife Mathematik (BiSta Sek. II) beschlossen. „*Aufgrund ihres besonderen Profils wurden Berufsoberschulen bei der Entwicklung der Bildungsstandards zunächst nicht berücksichtigt. Im Zusammenhang mit ihrer Bewährungsprüfung in den einbezogenen Schulformen soll in der weiteren Entwicklung der Bildungsstandards jedoch geklärt werden, welche der Zielvorgaben sich auch für die Berufsoberschule eignen und welche modifizierten sowie zusätzlichen Anforderungen für diese Schulform zu spezifizieren sind.*“[2] Der vorliegende Lehrplan für die Berufsoberschule (BOS[3]) wurde aus Gründen der Weiterführung der einschlägigen Richtlinie für die Erlangung der Fachhochschulreife dennoch in Anlehnung an die BiSta Sek. II Mathematik erstellt. Die Inhalte werden in Schleswig-Holstein den Abschlussprüfungen der BOS ab 2016 zugrunde gelegt.

Voraussetzungen für die Aufnahme in der BOS ist die Fachhochschulreife in Verbindung mit einer abgeschlossenen einschlägigen Berufsausbildung oder einer mindestens fünfjährigen einschlägigen Berufstätigkeit[4].

Die BOS wird in verschiedenen Fachrichtungen angeboten. Näheres zur Zuordnung von Ausbildungsberufen zu den Fachrichtungen der BOS regelt der Runderlass des zuständigen Ministeriums in der jeweils gültigen Fassung[5].

Die Schülerinnen und Schüler haben in der Regel unterschiedliche Bildungsgänge durchlaufen, an einigen Schulen werden die Schülerinnen und Schüler verschiedener Fachrichtungen in den allgemein bildenden Fächern, wie zum Beispiel Mathematik, gemeinsam beschult.

---

[1] Siehe auch § 2 (4) Berufsoberschulverordnung (BOSVO) vom 30. Mai 2012.

[2] Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), Seite 3 und 4.

[3] Im weiteren Verlauf wird lediglich die Abkürzung BOS verwendet.

[4] Siehe auch § 2 BOSVO vom 30. Mai 2012.

[5] Zuletzt MBW vom 04. September 2013.

Diese bisher erworbenen, stark divergierenden beruflichen Handlungskompetenzen resultieren in einer starken Heterogenität der Klassen. Ihre Kompetenzen sind hinsichtlich einer vertieften Allgemeinbildung und einer Studier- und Berufsfähigkeit zu ergänzen. Ein Unterrichtsgrundsatz ist der jeweilige Berufsbezug. Dies gilt prinzipiell auch, wenn Schülerinnen und Schüler aus unterschiedlichen Fachrichtungen gleichzeitig unterrichtet werden.

Das Profil der Schülerinnen und Schüler ist durch Berufsfähigkeit, berufliche Flexibilität, Bereitschaft zur Fort- und Weiterbildung sowie Übernahme von Verantwortung auch im gesellschaftlichen Bereich charakterisiert. Es handelt sich um Schülerinnen und Schüler mit überwiegend klaren Zielvorstellungen, mit hoher Motivation und Reflexionsvermögen.

Die Schülerinnen und Schüler leben in einer Welt, in der sie technische, ökonomische, natürliche, soziale und kulturelle Erscheinungen und Vorgänge mithilfe der Mathematik wahrnehmen, verstehen und unter Nutzung mathematischer Gesichtspunkte beurteilen. Sie kennen und begreifen Mathematik mit ihrer Sprache, ihren Symbolen, Bildern und Formeln in der Bedeutung für die Beschreibung und Bearbeitung von Aufgaben und Problemen inner- und außerhalb der Mathematik. Sie bearbeiten Fragen und Probleme mit mathematischen Mitteln und sind in der Lage, mithilfe der Mathematik allgemeine Probleme zu lösen.

Der Mathematikunterricht vermittelt Schülerinnen und Schülern mit Fachhochschulreifeabschluss durch berufs- beziehungsweise anwendungsbezogene und allgemein bildende Unterrichtsinhalte eine Bildung, die den Anforderungen für die Aufnahme eines Hochschulstudiums entspricht.

Dieser Lehrplan berücksichtigt den Rahmen, der durch den Beschluss der Kultusministerkonferenz zu den BiSta im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife (Beschluss vom 18. Oktober 2012) gesetzt ist. Im Sinne dieses Beschlusses der Kultusministerkonferenz werden die Ziele im Folgenden unter den Aspekten vertiefte Allgemeinbildung sowie Studier- und Berufsfähigkeit beschrieben.

Als Richtwert für diesen Lehrplan gilt ein Umfang von 240 Unterrichtsstunden[6].

Der erfolgreiche Abschluss qualifiziert für ein Hochschulstudium nach den Maßgaben der BOSVO.

[6] Gemäß gültiger Stundentafeln BOS (Fachrichtungen Wirtschaft und Verwaltung, Technik, Gesundheit und Soziales, Ernährung und Hauswirtschaft, Agrarwirtschaft sowie Gestaltung).

2 Fachliches Lernen als Erwerb von Kompetenzen

Kompetenzen sind auf Handeln gerichtet, das heißt, sie schließen die Fähigkeit des Einzelnen ein, sich in gesellschaftlichen, beruflichen und privaten Handlungszusammenhängen verantwortlich zu verhalten. Lernend erwerben und vertiefen Schülerinnen und Schüler Kompetenzen, die ihnen eine Antwort auf die Herausforderungen ermöglichen, denen sie in ihrem Leben begegnen.

Der Unterricht im Fach Mathematik leistet seinen spezifischen Beitrag zum Erwerb von Kompetenzen, welche die Voraussetzungen für ein erfolgreiches Weiterlernen schaffen und die Möglichkeit eröffnen, sich ein Leben lang und in allen Lebenszusammenhängen lernend zu verhalten.

Kompetenzen werden unter den Aspekten der Sach-, Methoden-, Selbst- und Sozialkompetenz erworben:

- **Sachkompetenz** meint die Fähigkeit, einen Sachverhalt angemessen zu erfassen, erworbenes Wissen in Handlungs- und neuen Lernzusammenhängen anzuwenden, Erkenntniszusammenhänge zu erschließen und zu beurteilen.

- **Methodenkompetenz** meint die Fähigkeit, das Erfassen eines Sachverhalts unter Einsatz von Regeln und Verfahren ergebnisorientiert zu gestalten, über grundlegende Arbeitstechniken sicher zu verfügen, insbesondere auch über die Möglichkeiten der Informationstechnologie.

- **Selbstkompetenz** meint die Fähigkeit, die eigene Lernsituation wahrzunehmen, das heißt, eigene Bedürfnisse und Interessen zu artikulieren, Lernprozesse selbstständig zu planen und durchzuführen, Lernergebnisse zu überprüfen, gegebenenfalls zu korrigieren und zu bewerten.

- **Sozialkompetenz** meint die Fähigkeit, die Bedürfnisse und Interessen der Mitlernenden wahrzunehmen, sich mit ihren Vorstellungen von der Lernsituation (selbst-)kritisch auseinanderzusetzen und erfolgreich mit ihnen zusammenzuarbeiten.

Gelernt wird in fachlichen Handlungszusammenhängen und gefördert wird so die Entwicklung von Handlungskompetenz. Die Handlungskompetenz umfasst immer die Sach-, Methoden-, Selbst- und Sozialkompetenz. Diese Kompetenzen bedingen, durchdringen und ergänzen einander.

Sachkompetenz	Methodenkompetenz
Sachverhalte, Fakten, Regeln, Begriffe erfassen, erkennen Argumente, Erklärungen verstehen Zusammenhänge beurteilen, bewerten Fachterminologie, korrekte Sprache verwenden, Fakten, Regeln, Begriffe anwenden Gelerntes auf neue Anforderungssituationen übertragen	planen, organisieren, strukturieren, ordnen Problemlösestrategien anwenden, nachschlagen, nachfragen Ergebnisse präsentieren, gestalten, visualisieren Informationstechnologien nutzen, Hilfsmittel verwenden verwendete Methoden reflektieren
Selbstkompetenz	**Sozialkompetenz**
Selbstvertrauen entwickeln, Stellung beziehen kritische Selbsteinschätzung üben, mit Misserfolgen umgehen eigene Meinungen vertreten, eigenverantwortlich handeln Lernprozesse und eigene Ziele mitplanen und anstreben, Lernergebnisse selbst überprüfen und überarbeiten, eigene Lernwege verfolgen reflektieren, entscheiden	sich in andere/wechselnde Situationen hineinversetzen, sich identifizieren/distanzieren zusammenarbeiten, Verantwortung für den gemeinsamen Lernprozess übernehmen mit Konflikten angemessen umgehen, partner- und situationsgerecht handeln Gespräche führen/leiten, Argumente austauschen, aufeinander eingehen

Bezogen auf die Mathematik, soll der Unterricht anstreben, die folgenden drei Grunderfahrungen zu ermöglichen:

- Mathematik als Werkzeug, um Erscheinungen der Welt aus Natur, Gesellschaft, Kultur, Beruf und Arbeit in einer spezifischen Weise wahrzunehmen und zu verstehen.
- Mathematik als geistige Schöpfung und auch deduktiv geordnete Welt eigener Art wahrzunehmen und zu verstehen.
- Mathematik als Mittel zum Erwerb von auch über die Mathematik hinausgehenden, insbesondere heuristischen Fähigkeiten wahrzunehmen und zu verstehen.

Die BiSta für die Allgemeine Hochschulreife im Fach Mathematik, welche auch diesem Lehrplan zugrunde liegen, geben den Rahmen dafür vor und beschreiben die zu erwerbenden Kompetenzen. Die Differenzierung der Kompetenzen unter den vier Aspekten Sach-, Methoden-, Selbst- und Sozialkompetenz soll helfen, Lernprozesse zu organisieren und zu beurteilen. Für die Mathematik werden diese Kompetenzen nachfolgend konkretisiert:

Sachkompetenz	Methodenkompetenz
Die Schülerinnen und Schüler - verwenden mathematische Fachsprache angemessen. - gehen mit grundlegenden Begriffen, Sätzen, Verfahren und Algorithmen sachgerecht, flexibel und kritisch um, lösen damit auch innermathematische Probleme. - modellieren mathematisch, um realitätsnahe und fachrichtungsnahe Probleme zu lösen. - beschreiben Ausgangssituation und Modellannahmen, mathematisieren und lösen in dem gewählten Modell. - interpretieren die Ergebnisse im Ausgangskontext. - reflektieren ihre Ergebnisse und die Vorgehensweise kritisch. - verknüpfen Inhalte aus verschiedenen mathematischen Themenbereichen. - beweisen mathematische Sätze unter der Verwendung der jeweils geeigneten Beweisverfahren. - argumentieren mathematisch.	Die Schülerinnen und Schüler - veranschaulichen und beschreiben komplexe Sachverhalte mithilfe von Bildern, Texten und Symbolen. - beherrschen grundlegende Vorgehensweisen zur Gewinnung, Darstellung und Sicherung mathematischer Erkenntnisse. - erschließen sich mathematische Inhalte aus mathematischer Literatur. - ordnen mathematische Sätze lokal, erkennen Analogien, verallgemeinern und spezialisieren. - wählen selbstständig Informationen und Verfahren aus, nutzen und bewerten sie. - bearbeiten Probleme heuristisch und systematisch. - dokumentieren ihre Arbeitsschritte sorgfältig. - präsentieren ihre Ergebnisse verständlich und übersichtlich. - nutzen geeignete Hilfsmittel wie etwa Computeralgebrasysteme sachangemessen.
Selbstkompetenz	**Sozialkompetenz**
Die Schülerinnen und Schüler - bearbeiten mathematische Problemstellungen konzentriert und ausdauernd, auch in Prüfungssituationen. - lernen aus mathematischen Fehlern. - können die eigenen Fähigkeiten einschätzen und verbessern. - hinterfragen Lösungen und Lösungswege kritisch. - öffnen sich mathematischen Herausforderungen. - verstehen ihr privates und berufliches Umfeld durch die Mathematik besser. - begreifen die Bedeutung der Mathematik für die eigene berufliche und private Entwicklung. - bearbeiten Fragestellungen eigenständig.	Die Schülerinnen und Schüler - bearbeiten mathematische Problemstellungen in Gruppen kooperativ. - diskutieren mathematische Probleme. - verwenden Fachsprache adressatengerecht. - formulieren eigene Probleme bei der Bearbeitung mathematischer Fragestellungen und bitten angemessen um Hilfe. - geben angemessene Rückmeldungen. - gehen verantwortungsvoll mit erhaltener Kritik um. - gehen auf Äußerungen anderer in der mathematischen Argumentation ein und bewerten diese. - bieten Hilfestellungen an.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und die inhaltsbezogenen Kompetenzen − wie sie in den nachfolgenden Kapiteln erläutert werden − sind integrativer Bestandteil.

Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten

Wissenschaftspropädeutisches Lernen erzieht zu folgenden Einstellungen, Arbeits- und Verhaltensweisen:

- zum Erwerb gesicherten fachlichen Wissens zur Verwendung auch in fachübergreifenden Zusammenhängen,
- zum Erwerb von Methoden der Gegenstandserschließung, zur selbstständigen Anwendung dieser Methoden sowie zur Einhaltung rationaler Standards bei der Erkenntnisbegründung und Erkenntnisvermittlung,
- zur Offenheit gegenüber dem Gegenstand, zur Reflexions- und Urteilsfähigkeit, zur Selbstkritik,
- zu verlässlicher sach- und problembezogener Kooperation und Kommunikation.

Wissenschaftspropädeutisches Arbeiten basiert auf den in der Sekundarstufe I erworbenen Kulturtechniken. Es stärkt insbesondere den sachorientierten Umgang mit der Informationstechnik und den Neuen Medien und eröffnet Nutzungsmöglichkeiten, an die im Studium oder in der Berufstätigkeit angeknüpft werden kann.

3 Die Struktur des Faches

Die mit den Schulgesetzen vorgegebenen Bildungsziele werden durch Lehrpläne konkretisiert. Der Lehrplan stellt das Bindeglied zwischen BiSta im Fach Mathematik für die allgemeine Hochschulreife (Beschluss vom 18.10.2012) und dem Fachcurriculum der Schulen dar. Die Inhalte des Lehrplans sind verpflichtend. Sie sind kompetenzorientiert aufgebaut.

Entsprechend der KMK-Rahmenvereinbarung über den Erwerb der allgemeinen Hochschulreife ist der Mathematikunterricht an Berufsbildenden Schulen an den folgenden Standards zu orientieren:

Die Schülerinnen und Schüler sollen mit grundlegenden Arbeits- und Denkweisen der Mathematik vertraut werden und dabei ein Grundverständnis für ein zielgerichtetes und problemorientiertes Arbeiten mit Mathematik entwickeln.

3.1 Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen (auch prozessbezogene Kompetenzen genannt, siehe Kapitel 4) werden von den Lernenden nur in der aktiven Auseinandersetzung mit Fachinhalten erworben. Darunter werden die folgenden Kompetenzen verstanden:

	Allgemeine mathematische Kompetenzen
K1	Mathematisch argumentieren
K2	Probleme mathematisch lösen
K3	Mathematisch modellieren
K4	Mathematische Darstellungen verwenden
K5	Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen
K6	Mathematisch kommunizieren

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen manifestieren sich in jedem einzelnen mathematischen Inhalt, das heißt, allgemeine mathematische Kompetenzen und Inhalte sind untrennbar miteinander verknüpft. Dies wird in Abbildung 1 auf Seite 10 durch ein Raster angedeutet. Die mathematischen Inhalte werden durch übergeordnete Gesichtspunkte, die Leitideen, strukturiert. Es gibt folgende Leitideen:

	Leitideen
L1	Algorithmus und Zahl
L2	Messen
L3	Raum und Form
L4	Funktionaler Zusammenhang
L5	Daten und Zufall

Diesen Leitideen werden die inhaltsbezogenen Kompetenzen zugeordnet (siehe Kapitel 4).

Sie sind nicht nach bestimmten klassischen mathematischen Sachgebieten (Analysis, Lineare Algebra / Analytische Geometrie, Stochastik) strukturiert. Dadurch tragen die Leitideen zur Vernetzung der traditionellen klassischen Sachgebiete bei.

Die drei Anforderungsbereiche beschreiben unterschiedliche kognitive Ansprüche von kompetenzbezogenen mathematischen Aktivitäten. Es gibt drei Anforderungsbereiche:

	Anforderungsbereiche[7]
AFB I	umfasst das Wiedergeben von Sachverhalten und Kenntnissen im gelernten Zusammenhang, die Verständnissicherung sowie das Anwenden und Beschreiben geübter Arbeitstechniken und Verfahren.
AFB II	umfasst das selbstständige Auswählen, Anordnen, Verarbeiten, Erklären und Darstellen bekannter Sachverhalte unter vorgegebenen Gesichtspunkten in einem durch Übung bekannten Zusammenhang und das selbstständige Übertragen und Anwenden des Gelernten auf vergleichbare neue Zusammenhänge und Sachverhalte.
AFB III	umfasst das Verarbeiten komplexer Sachverhalte mit dem Ziel, zu selbstständigen Lösungen, Gestaltungen oder Deutungen, Folgerungen, Verallgemeinerungen, Begründungen und Wertungen zu gelangen. Dabei wählen die Schülerinnen und Schüler selbstständig geeignete Arbeitstechniken und Verfahren zur Bewältigung der Aufgabe, wenden sie auf eine neue Problemstellung an und reflektieren das eigene Vorgehen.

[7] Aus: Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), S. 27.

Es wird erst dann vom hinreichenden Erwerb einer allgemeinen mathematischen Kompetenz gesprochen, wenn diese an ganz unterschiedlichen Leitideen in allen drei Anforderungsbereichen erfolgreich eingesetzt werden kann.

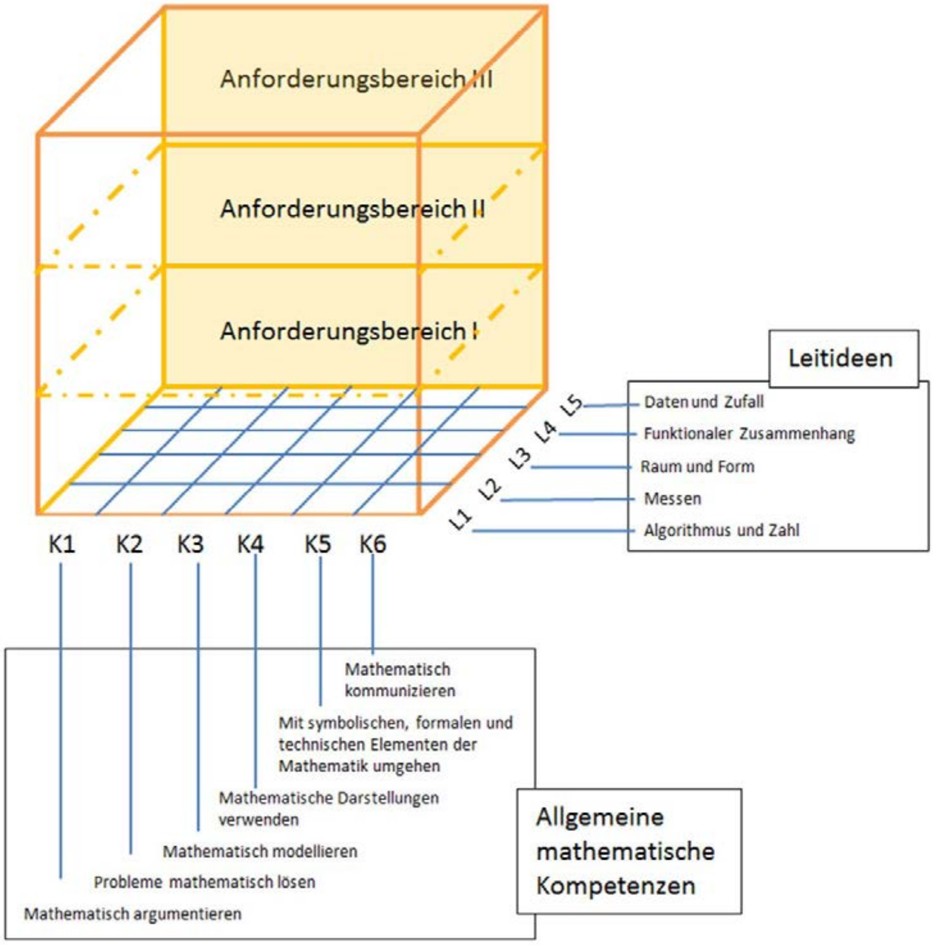


Abbildung 1: Kompetenzmodell der Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife[8]

Für den Erwerb der Kompetenzen ist im Unterricht auf eine Vernetzung der Inhalte der Mathematik untereinander ebenso zu achten wie auf eine Vernetzung mit anderen Fächern. Aufgaben mit Anwendungen aus der Lebenswelt haben die gleiche Wichtigkeit und Wertigkeit wie innermathematische Aufgaben.

Die allgemeinen mathematischen Kompetenzen und Leitideen enthalten Gestaltungsraum zur Differenzierung und Individualisierung sowie eine Auswahl von Alternativen. Die Planung

[8] Aus: Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), S. 11.

der gesamten Lernzeit wird in den entsprechenden Gremien abgestimmt und in schulinternen Fachcurricula dokumentiert. Der mögliche Bezug der mathematischen Inhalte zu den Inhalten des berufsübergreifenden Lernbereichs der jeweiligen Lernfelder erfolgt problemorientiert im Sachzusammenhang. Die Schülerinnen und Schüler erwerben hierdurch die Fähigkeit, berufliche Aufgabenstellungen unter Verwendung geeigneter Modelle zu bearbeiten.

3.2 Digitale Mathematikwerkzeuge[9]

Die Entwicklung mathematischer Kompetenzen wird durch den sinnvollen Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge unterstützt. Das Potenzial dieser Werkzeuge entfaltet sich im Mathematikunterricht

- beim Entdecken mathematischer Zusammenhänge, insbesondere durch interaktive Erkundungen beim Modellieren und Problemlösen,
- durch Verständnisförderung für mathematische Zusammenhänge, nicht zuletzt mittels vielfältiger Darstellungsmöglichkeiten,
- mit der Reduktion schematischer Abläufe und der Verarbeitung größerer Datenmengen,
- durch die Unterstützung individueller Präferenzen und Zugänge beim Bearbeiten von Aufgaben einschließlich der reflektierten Nutzung von Kontrollmöglichkeiten.

Es ist anzustreben, dass die Schülerinnen und Schüler digitale Werkzeuge − insbesondere Computeralgebrasysteme (CAS) − regelmäßig im Unterricht nutzen.

Einer durchgängigen Verwendung digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht folgt dann auch deren Einsatz in der Prüfung.

3.3 Unterstützung durch Operatoren

Im Rahmen der Kompetenzorientierung werden komplexe berufliche Handlungen mit Realitätsbezug eingesetzt, welche meist entschieden über die Reproduktionsebene (Anforderungsbereich I) hinausgehen. Der Einsatz von Operatoren als handlungsinitiierende Verben

[9] Aus: Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), S. 12 − 13.

unterstützt die Kompetenzorientierung, indem auch gezielt Transferwissen und Reflexion abgefragt werden kann. Im Gegensatz dazu sind W-Fragen nicht eindeutig definiert, sie können missverständlich interpretiert werden und lassen sich nicht zuverlässig unterschiedlichen Anforderungsbereichen zuordnen. Auch im Hinblick auf die Reliabilität von Prüfungsergebnissen ist ein Einsatz von Operatoren notwendig.

In schriftlichen Leistungen (Klassenarbeiten und Abschlussprüfungen) sind Operatoren als Handlungsanweisungen zu verwenden.

Weitere Ausführungen sind in Kapitel 7 dieses Lehrplans enthalten. Eine kommentierte Liste der Operatoren befindet sich in Kapitel 8 (Anhang).

4 Allgemeine mathematische Kompetenzen

Entsprechend den Bildungsstandards zum Fach Mathematik werden sechs allgemeine mathematische Kompetenzen unterschieden, die das Spektrum mathematischen Arbeitens in der Sekundarstufe II in hinreichender Breite erfassen[10]. Dabei ist es weder möglich noch beabsichtigt, diese Kompetenzen scharf voneinander abzugrenzen. Es ist vielmehr typisch für mathematisches Arbeiten, dass mehrere Kompetenzen im Verbund benötigt werden.

Im Folgenden werden die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen näher beschrieben, insbesondere auch durch ihre jeweiligen Ausprägungen in den drei Anforderungsbereichen[11].

[10] Die sechs hier beschriebenen mathematischen Kompetenzen unterscheiden sich nicht von den in den KMK-Bildungsstandards des Mittleren Schulabschlusses formulierten Kompetenzen.

[11] Aus: Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18.10.2012), S. 15 - 20.

K 1: Mathematisch argumentieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entwickeln eigenständiger, situationsangemessener mathematischer Argumentationen und Vermutungen als auch das Verstehen und Bewerten gegebener mathematischer Aussagen. Das Spektrum reicht dabei von einfachen Plausibilitätsargumenten über inhaltlich-anschauliche Begründungen bis zu formalen Beweisen. Typische Formulierungen, die auf die Kompetenz des Argumentierens hinweisen, sind beispielsweise „Begründen Sie …!“, „Widerlegen Sie …!“, „Weisen Sie nach …!“, „Untersuchen Sie auf allgemeine Gültigkeit …!“.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- Routineargumentationen (bekannte Sätze, Verfahren, Herleitungen usw.) wiedergeben und anwenden.
- einfache rechnerische Begründungen geben oder einfache logische Schlussfolgerungen ziehen.
- Argumentationen auf der Basis von Alltagswissen führen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- überschaubare mehrschrittige Argumentationen und logische Schlüsse nachvollziehen, erläutern oder entwickeln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- Beweise und anspruchsvolle Argumentationen nutzen, erläutern oder entwickeln.
- verschiedene Argumente nach Kriterien wie Reichweite und Schlüssigkeit bewerten.

K 2: Probleme mathematisch lösen

Diese Kompetenz beinhaltet, ausgehend vom Erkennen und Formulieren mathematischer Probleme, das Auswählen geeigneter Lösungsstrategien sowie das Finden und das Ausführen geeigneter Lösungswege. Das Spektrum reicht von der Anwendung bekannter bis zur Konstruktion komplexer und neuartiger Strategien. Auch heuristische Prinzipien, wie z. B. „Skizze anfertigen“, „systematisch probieren“, „zerlegen und ergänzen“, „Symmetrien verwenden“, „Extremalprinzip“, „Invarianten finden“ sowie „vorwärts und rückwärts arbeiten“, werden gezielt ausgewählt und angewendet.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- einen Lösungsweg einer einfachen mathematischen Aufgabe durch Identifikation und Auswahl einer naheliegenden Strategie, z. B. durch Analogiebetrachtung, finden.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- einen Lösungsweg zu einer Problemstellung, z. B. durch ein mehrschrittiges, strategiegestütztes Vorgehen, finden.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- eine Strategie zur Lösung eines komplexeren Problems, z. B. zur Verallgemeinerung einer Schlussfolgerung, durch Anwenden mehrerer Heurismen oder zur Beurteilung verschiedener Lösungswege, entwickeln und anwenden.

K 3: Mathematisch modellieren

Hier geht es um den Wechsel zwischen Realsituationen und mathematischen Begriffen, Resultaten oder Methoden. Hierzu gehört sowohl das Konstruieren passender mathematischer Modelle als auch das Verstehen oder Bewerten vorgegebener Modelle. Typische Teilschritte des Modellierens sind das Strukturieren und Vereinfachen gegebener Realsituationen, das Übersetzen realer Gegebenheiten in mathematische Modelle, das Interpretieren mathematischer Ergebnisse in Bezug auf Realsituationen und das Überprüfen von Ergebnissen im Hinblick auf Stimmigkeit und Angemessenheit bezogen auf die Realsituation. Das Spektrum reicht von Standardmodellen (z. B. bei linearen Zusammenhängen) bis zu komplexen Modellierungen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- vertraute und direkt erkennbare Modelle anwenden.
- eine Realsituation direkt in ein mathematisches Modell überführen.
- ein mathematisches Resultat auf eine gegebene Realsituation übertragen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- mehrschrittige Modellierungen mit wenigen und klar formulierten Einschränkungen vornehmen.
- Ergebnisse einer solchen Modellierung interpretieren.
- ein mathematisches Modell an veränderte Umstände anpassen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- eine komplexe Realsituation modellieren, wobei Variablen und Bedingungen festgelegt werden müssen.
- mathematische Modelle im Kontext einer Realsituation überprüfen, vergleichen und bewerten.

K 4: Mathematische Darstellungen verwenden

Diese Kompetenz umfasst das Auswählen geeigneter Darstellungsformen, das Erzeugen mathematischer Darstellungen und das Umgehen mit gegebenen Darstellungen. Hierzu zählen Diagramme, Graphen und Tabellen ebenso wie Formeln. Das Spektrum reicht von Standarddarstellungen − wie Wertetabellen − bis zu eigenen Darstellungen, die dem Strukturieren und Dokumentieren individueller Überlegungen dienen und die Argumentation und das Problemlösen unterstützen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- Standarddarstellungen von mathematischen Objekten und Situationen anfertigen und nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- gegebene Darstellungen verständig interpretieren oder verändern.
- zwischen verschiedenen Darstellungen wechseln.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- mit unvertrauten Darstellungen und Darstellungsformen sachgerecht und verständig umgehen.
- eigene Darstellungen problemadäquat entwickeln.
- verschiedene Darstellungen und Darstellungsformen zweckgerichtet beurteilen.

K 5: Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen

Diese Kompetenz beinhaltet in erster Linie das Ausführen von Operationen mit mathematischen Objekten wie Zahlen, Größen, Variablen, Termen, Gleichungen und Funktionen sowie Vektoren und geometrischen Objekten. Das Spektrum reicht hier von einfachen und überschaubaren Routineverfahren bis hin zu komplexen Verfahren einschließlich deren reflektierender Bewertung. Diese Kompetenz beinhaltet auch Faktenwissen und grundlegendes Regelwissen für ein zielgerichtetes und effizientes Bearbeiten von mathematischen Aufgabenstellungen, auch mit eingeführten Hilfsmitteln und digitalen Mathematikwerkzeugen.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- elementare Lösungsverfahren verwenden.
- Formeln und Symbole direkt anwenden.
- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge direkt nutzen.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- formale mathematische Verfahren anwenden.
- mit mathematischen Objekten im Kontext umgehen.
- mathematische Hilfsmittel und digitale Mathematikwerkzeuge je nach Situation und Zweck gezielt auswählen und effizient einsetzen.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- komplexe Verfahren durchführen.
- verschiedene Lösungs- und Kontrollverfahren bewerten.
- die Möglichkeiten und Grenzen mathematischer Verfahren, Hilfsmittel und digitaler Mathematikwerkzeuge reflektieren.

K 6: Mathematisch kommunizieren

Zu dieser Kompetenz gehören sowohl das Entnehmen von Informationen aus schriftlichen Texten, mündlichen Äußerungen oder sonstigen Quellen als auch das Darlegen von Überlegungen und Resultaten unter Verwendung einer angemessenen Fachsprache. Das Spektrum reicht von der direkten Informationsentnahme aus Texten des Alltagsgebrauchs beziehungsweise vom Aufschreiben einfacher Lösungswege bis hin zum sinnentnehmenden Erfassen fachsprachlicher Texte beziehungsweise zur strukturierten Darlegung oder Präsentation eigener Überlegungen. Sprachliche Anforderungen spielen bei dieser Kompetenz eine besondere Rolle.

Die drei Anforderungsbereiche zu dieser Kompetenz lassen sich wie folgt beschreiben:

Anforderungsbereich I: Die Schülerinnen und Schüler können …

- einfache mathematische Sachverhalte darlegen.
- Informationen aus kurzen Texten mit mathematischem Gehalt identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen im Text die Schritte der mathematischen Bearbeitung nahelegt.

Anforderungsbereich II: Die Schülerinnen und Schüler können …

- mehrschrittige Lösungswege, Überlegungen und Ergebnisse verständlich darlegen.
- Äußerungen (auch fehlerhafte) anderer Personen zu mathematischen Aussagen interpretieren.
- mathematische Informationen aus Texten identifizieren und auswählen, wobei die Ordnung der Informationen nicht unmittelbar den Schritten der mathematischen Bearbeitung entsprechen muss.

Anforderungsbereich III: Die Schülerinnen und Schüler können …

- eine komplexe mathematische Lösung oder Argumentation kohärent (logisch, schlüssig) und vollständig darlegen oder präsentieren.
- mathematische Fachtexte sinnentnehmend erfassen.
- mündliche und schriftliche Äußerungen mit mathematischem Gehalt von anderen Personen miteinander vergleichen, sie bewerten und gegebenenfalls korrigieren.

5 Die Leitideen

Zur Vernetzung traditioneller mathematischer Sachgebiete tragen die folgenden fünf Leitideen L1 bis L5 bei:

	Leitideen
L1	Algorithmus und Zahl
L2	Messen
L3	Raum und Form
L4	Funktionaler Zusammenhang
L5	Daten und Zufall

Nachfolgend werden entsprechend den Bildungsstandards zunächst bei allen Leitideen die inhaltsbezogenen Kompetenzen beschrieben, die die Anforderungen für den Erwerb der Hochschulreife im Zusammenhang mit dem Mathematikunterricht der BOS charakterisieren.

Die allgemein mathematischen und inhaltsbezogenen Kompetenzen und Leitideen sind bis zum Ende des Schuljahres der BOS für die Erlangung der allgemeinen beziehungsweise fachgebundenen Hochschulreife in den Sachgebieten

- Analysis (AN) und
- Stochastik (ST)

sowie mindestens einem weiteren der folgenden Sachgebiete zu erwerben:

- Lineare Algebra (E1)
- Analytische Geometrie (E2).

Als Richtwert für diesen Lehrplan gilt ein Mindestumfang von 240 Unterrichtsstunden. In diesem Mindestumfang ist die Behandlung der Analysis und der Stochastik sowie mindestens eines weiteren Sachgebiets verbindlich.

Zu den nachfolgend angegebenen, auf die Leitideen bezogenen mathematischen Sachinhalten finden Sie inhaltliche Hinweise und Anregungen in den spezifischen Lehrplänen der Fachrichtungen.

L1: Algorithmus und Zahl

Diese Leitidee verallgemeinert zum einen den Zahlbegriff der Sekundarstufe I zu Tupeln und Matrizen einschließlich zugehöriger Operationen. Die Leitidee erweitert zum anderen die Vorstellungen von den reellen Zahlen durch Approximationen mittels infinitesimaler Methoden. Weiter umfasst die Leitidee die Kenntnis, das Verstehen und das Anwenden mathematischer Verfahren, die prinzipiell automatisierbar und damit einer Rechnernutzung zugänglich sind.

Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II zum Erwerb der Hochschulreife sind die Anfänge der Analysis und die Lineare Algebra.

	Sachgebiet
Die Schülerinnen und Schüler können …	
• geeignete Verfahren zur Lösung von Gleichungen und Gleichungssystemen auswählen.	AN/E1
• ein algorithmisches Lösungsverfahren für lineare Gleichungssysteme erläutern und es anwenden.	E1
• Grenzwerte auf der Grundlage eines propädeutischen Grenzwertbegriffs insbesondere bei der Bestimmung von Ableitung und Integral nutzen.	AN
• einfache Sachverhalte mit Tupeln oder Matrizen beschreiben.	E1
• mathematische Prozesse durch Matrizen unter Nutzung von Matrizenmultiplikation und inverser Matrizen beschreiben.	E1

L2: Messen

Diese Leitidee erweitert das Bestimmen und Deuten von Größen aus der Sekundarstufe I um infinitesimale, numerische und analytisch-geometrische Methoden. Dies betrifft sowohl funktionale Größen wie Änderungsraten und (re-)konstruierte Bestände als auch Größen im Koordinatensystem wie Winkel, Längen, Flächeninhalte und Volumina. Weiter umfasst die Leitidee stochastische Kenngrößen, die als Ergebnisse von Messprozessen im weiteren Sinne aufgefasst werden.

Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II zum Erwerb der Hochschulreife sind die Analysis und die Stochastik.

	Sachgebiet
Die Schülerinnen und Schüler können …	
• Sekanten- und Tangentensteigungen an Funktionsgraphen bestimmen.	AN
• Änderungsraten berechnen und deuten.	AN
• Inhalte von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenzt sind, bestimmen.	AN
• Bestände aus Änderungsraten und Anfangsbestand berechnen.	AN
• Lage- und Streumaße einer Stichprobe bestimmen und deuten.	ST
• Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen bestimmen und deuten.	ST

L3: Raum und Form

Diese Leitidee ist auf die Weiterentwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens aus der Sekundarstufe I gerichtet. Sie beinhaltet den Umgang mit Objekten im Raum. Es geht hier sowohl um Eigenschaften und Beziehungen dieser Objekte als auch um Darstellungen mit geeigneten Hilfsmitteln einschließlich Geometriesoftware.

Das zugehörige mathematische Sachgebiet der Sekundarstufe II zum Erwerb der Hochschulreife ist die Analytische Geometrie.

	Sachgebiet
Die Schülerinnen und Schüler können …	
• geometrische Sachverhalte in Ebene und Raum koordinatisieren.	E2
• elementare Operationen mit geometrischen Vektoren ausführen und Vektoren auf Kollinearität untersuchen.	E2
• das Skalarprodukt geometrisch deuten.	E2
• Vektoren beim Arbeiten mit geradlinig bzw. ebenflächig begrenzten geometrischen Objekten anwenden.	E2
• Geraden und Ebenen analytisch beschreiben und die Lagebeziehungen von Geraden untersuchen.	E2

L4: Funktionaler Zusammenhang

Diese Leitidee ist darauf gerichtet, die funktionalen Vorstellungen aus der Sekundarstufe I mit Begriffen und Verfahren der elementaren Analysis zu vertiefen und den Funktionsbegriff durch vielfältige Beispiele zu erweitern, auch in stochastischen Kontexten. Es geht hier um funktionale Beziehungen zwischen Zahlen beziehungsweise Größen sowie deren Darstellungen und Eigenschaften, auch unter Nutzung infinitesimaler Methoden und geeigneter Software.

Die darauf bezogenen mathematischen Sachgebiete der Sekundarstufe II zum Erwerb der Hochschulreife sind in erster Linie die Analysis und die Stochastik.

	Sachgebiet
Die Schülerinnen und Schüler können …	
• die sich aus den Funktionen der Sekundarstufe I und II (FHR) ergebenden Funktionsklassen zur Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen.	AN
• in einfachen Fällen Verknüpfungen und Verkettungen von Funktionen zur Beschreibung quantifizierbarer Zusammenhänge nutzen.	AN
• die Ableitung insbesondere als lokale Änderungsrate deuten.	AN
• Änderungsraten funktional beschreiben (Ableitungsfunktion) und interpretieren.	AN
• die Funktionen der Sekundarstufe I und II (FHR) ableiten, auch unter Nutzung der Faktor- und Summenregel.	AN
• die Produktregel zum Ableiten von Funktionen verwenden.	AN
• die Ableitung zur Bestimmung von Monotonie und Extrema von Funktionen nutzen.	AN
• den Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt entwickeln.	AN
• das bestimmte Integral deuten, insbesondere als (re-)konstruierten Bestand.	AN

L5: Daten und Zufall

Diese Leitidee vernetzt Begriffe und Methoden zur Aufbereitung und Interpretation von statistischen Daten mit solchen zur Beschreibung und Modellierung von zufallsabhängigen Situationen. In Ausweitung und Vertiefung stochastischer Vorstellungen der Sekundarstufe I umfasst diese Leitidee insbesondere den Umgang mit mehrstufigen Zufallsexperimenten, die Untersuchung und Nutzung von Verteilungen sowie einen Einblick in Methoden der beurteilenden Statistik, auch mithilfe von Simulationen und unter Verwendung einschlägiger Software.

Das darauf bezogene mathematische Sachgebiet der Sekundarstufe II zum Erwerb der Hochschulreife ist die Stochastik.

	Sachgebiet
Die Schülerinnen und Schüler können …	
• exemplarisch statistische Erhebungen planen und beurteilen.	ST
• Sachverhalte mithilfe von Baumdiagrammen oder Vierfeldertafeln untersuchen und damit Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten lösen.	ST
• die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen nutzen.	ST
• Simulationen zur Untersuchung stochastischer Situationen verwenden.	ST

6 Leistungsbewertung

Die Förderung von Leistungsbereitschaft und -fähigkeit ist für die individuelle Entwicklung der Schülerinnen und Schüler sowie für die Gesellschaft von großer Bedeutung. Leistungen werden nach fachlichen und pädagogischen Grundsätzen ermittelt und bewertet. Den Notenschlüssel legt das zuständige Gremium fest. Dies gilt auch für die Abschlussprüfung.

Leistungsbewertung wird verstanden als Beurteilung und Dokumentation der individuellen Lernentwicklung und des jeweils erreichten Leistungsstandes. Sie berücksichtigt sowohl die Ergebnisse als auch die Prozesse schulischen Lernens und Arbeitens. Leistungsbewertung dient als Rückmeldung für Schülerinnen und Schüler, Eltern und Lehrkräfte und ist eine wichtige Grundlage für die Planung und Gestaltung des weiteren Unterrichts sowie die Beratung und Förderung.

Die Anforderungen an die Leistungen sowie deren Beurteilung orientieren sich am vorangegangenen Unterricht und an den Vorgaben dieses Lehrplanes. Über die verbindliche Ausgestaltung der Leistungsbewertung in den Lernfeldern und Unterrichtsfächern entscheiden die zuständigen Gremien.

Bewertungskriterien

Die Leistungsbewertung wird als kontinuierlicher Prozess verstanden. Um die im Zusammenhang mit dem Unterricht erbrachten Leistungen ganzheitlich zu bewerten, erhalten die Schülerinnen und Schüler im Unterricht die Gelegenheit, die entsprechenden Anforderungen in Umfang und Anspruch kennenzulernen und sich auf diese vorzubereiten.

Neben den Leistungen im Bereich der Sach- und Methodenkompetenz sind auch Stand und Entwicklung der im Unterricht vermittelten Selbst- und Sozialkompetenz zu bewerten. Dazu gehören solche Fähigkeiten und Einstellungen, die für das selbstständige Lernen und das Lernen in Gruppen wichtig sind.

Kriterien und Verfahren der Leistungsbewertung werden am Anfang eines jeden Schulhalbjahres in jedem Fach oder Kurs den Schülerinnen und Schülern offengelegt und erläutert.

Auch die Selbsteinschätzung einer Schülerin beziehungsweise eines Schülers oder die Einschätzung durch Mitschülerinnen und Mitschüler kann in den Beurteilungsprozess einbezogen werden. Dies entbindet die Lehrkraft jedoch nicht von der alleinigen Verantwortung bei der Bewertung der individuellen Leistung.

Schülerinnen und Schülern mit Behinderungen darf bei der Leistungsermittlung und -bewertung kein Nachteil aufgrund ihrer Behinderung entstehen. Auf die Behinderung ist angemessen Rücksicht zu nehmen und gegebenenfalls ein Nachteilausgleich zu schaffen (vgl. *Landesverordnung über Sonderpädagogische Förderung* und *Lehrplan Sonderpädagogische Förderung* mit seinen Ausführungen zur Leistungsbewertung).

Bewertungsbereiche

Die Leistungsbewertung innerhalb des Unterrichts basiert auf Unterrichtsbeiträgen und Klassenarbeiten.

Unterrichtsbeiträge

Unterrichtsbeiträge umfassen alle Leistungen, die sich auf die Mitarbeit und Mitgestaltung im Unterricht und im unterrichtlichen Kontext beziehen. Zu ihnen gehören

- mündliche Leistungen
- praktische Leistungen
- schriftliche Leistungen, soweit es sich nicht um Klassenarbeiten handelt.

Bewertet werden können im Einzelnen zum Beispiel:

- Beiträge in Unterrichts- und Gruppengesprächen
- Vortragen und Gestalten
- Beiträge zu Gemeinschaftsarbeiten und zu Projektarbeiten
- Erledigen von Einzel- und Gruppenaufgaben
- Hausaufgaben, Arbeitsmappen
- praktisches Erarbeiten von Unterrichtsinhalten
- schriftliche Überprüfungen
- Protokolle, Referate, Arbeitsberichte
- Projektpräsentationen
- Medienproduktionen

Klassenarbeiten

Klassenarbeiten sind alle schriftlichen Leistungsnachweise in den Lernfeldern oder Fächern. Deren Zahl und Dauer werden durch die zuständigen Gremien der Schule festgelegt.

Notenfindung

Die Halbjahresnote wird nach fachlicher und pädagogischer Abwägung aus den Noten für die Unterrichtsbeiträge und den Ergebnissen der Klassenarbeit(en) gebildet.

Bei der Gesamtbewertung haben Unterrichtsbeiträge ein stärkeres Gewicht als Klassenarbeiten.

7 Hinweise zu den Abschlussprüfungen

Es werden im Folgenden Hinweise zu den für die schriftliche Prüfung einzureichenden Aufgabenvorschlägen gegeben, die sich auf die wesentlichen rechtlichen Grundlagen (Landesverordnung über die BOS (Berufsoberschulverordnung – BOSVO) vom 30. Mai 2012; Landesverordnung über die Abschlussprüfung an berufsbildenden Schulen (Prüfungsverordnung berufsbildende Schulen − BSPrüVO) vom 14. August 2012; Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18. Oktober 2012)) sowie die konzeptionelle wie auch inhaltliche Ausgestaltung der Vorschläge beziehen und einen verbindlichen Handlungsrahmen für die Einreichung angeben. Darüber hinaus werden die einzureichenden Prüfungsunterlagen in Art und Inhalt benannt.

Die Vorgaben zur Abschlussprüfung sind an die Aufteilung der Prüfung in einen Teil mit Hilfsmitteln (Taschenrechner (GTR/TR), Computeralgebrasystem (CAS)) und einen Teil ohne Hilfsmittel (oHiMi) angepasst.

„Ohne Hilfsmittel" bedeutet dabei konkret, dass dieser Prüfungsteil nur unter Verwendung von Papier, Schreib- und Zeichengeräten zu bearbeiten ist. Auch eine Formelsammlung ist für die Bearbeitung dieses Prüfungsteils explizit nicht zugelassen.

7.1 Themenkorridor

Die Abschlussprüfungen der BOS werden dezentral gestellt. Aus diesem Grund ist eine Vorgabe von Themenkorridoren in diesem Zusammenhang nicht erforderlich. Daher werden auch keine konkreten Vorgaben für die Ausgestaltung der oHiMi-Prüfungsaufgaben gemacht. Eine Orientierung an den Vorgaben des Beruflichen Gymnasiums kann sinnvoll und hilfreich sein. Das Anspruchsniveau ergibt sich aus den Regelungen des vorliegenden Lehrplans.

7.2 Operatoren

Operatoren sind Handlungsanweisungen, die für das Fach Mathematik besondere Bedeutung haben und nicht nur in zentralen Abschlussprüfungen Mathematik in Schleswig-Holsteins Verwendung finden sollen. Sie werden in der folgenden Tabelle beschrieben und kommentiert. Entsprechende Formulierungen in den Klausuren der Unterrichtsphase sind ein wichtiger Teil der Vorbereitung der Schülerinnen und Schüler auf die jeweiligen Abschlussprüfungen.

Dabei sind zu beachten:

- Eine Vorgabe zur Verwendung eines bestimmten Hilfsmittels wird in der Regel nicht erfolgen, die Auswahl treffen die Schülerinnen und Schüler auf der Basis der ihnen bekannten Einsatzmöglichkeiten und der Aufgabenstellung selbstständig (Kompetenzorientierung).
- Zusammensetzungen aus mehreren Operatoren (Beschreiben und begründen Sie …, vergleichen und bewerten Sie …) sind möglich.
- Eine Dokumentation ist grundsätzlich Bestandteil jeder Aufgabenbearbeitung und wird in der Regel nicht gesondert eingefordert. Insbesondere beim Einsatz technischer Hilfsmittel (z. B. GTR, TR, CAS) muss diese Dokumentation fachlicher/inhaltlicher Art sein und darf sich nicht auf die Angabe von Bedienungsschritten/Rechnereingaben beschränken.

7.3 Vorgaben für die schriftliche und mündliche Abschlussprüfung

7.3.1 Grundsätzliche Vorgaben

(1) Zielsetzung. Die Schülerinnen und Schüler sollen am Ende des einjährigen Vollzeitunterrichts an der BOS, aufbauend auf den an den Bildungsgängen zum Erwerb der FHR erworbenen Kompetenzen, Kenntnisse im Umgang mit mathematischen Symbolen, Methoden und Modellen nachweisen, sodass sie reale Prozesse simulieren und Lösungsmodelle entwickeln und anwenden können. Diese werden grundsätzlich in den Sachgebieten Analysis, Stochastik und, je nach gesetztem Schwerpunkt, Analytische Geometrie oder Lineare Algebra[12] erworben.

Außerdem sollen die sechs allgemeinen mathematischen Kompetenzen den Anforderungen der Hochschulreife genügen.

(2) Abzudeckende Sachgebiete. In der schriftlichen Abschlussprüfung kann, entsprechend der Vorgabe der Bildungsstandards, eine Einschränkung auf zwei der oben genannten Sachgebiete erfolgen, wobei das Sachgebiet der Analysis für alle verpflichtend ist[13].

(3) Verantwortlichkeiten. Die unterrichtende Fachlehrkraft des zweiten Schuljahres zeichnet verantwortlich für alle im Folgenden dargelegten einzureichenden Unterlagen. Im Falle der

[12] BiSta 2012, Seite 21. Hier wird eine bewusste Trennung zwischen der Analytischen Geometrie und der Linearen Algebra vorgenommen, um eine stärkere Differenzierung in der Aufgabenstellung zu ermöglichen.

[13] BiSta Sek. II, Seite 30.

Verhinderung beauftragt die Schulleiterin oder der Schulleiter eine andere fachkundige Lehrkraft (nachfolgend „verantwortliche Lehrkraft").

Die verantwortliche Lehrkraft erstellt, korrigiert, beurteilt und benotet die schriftlichen Arbeiten in der Klasse.

(4) Anforderungsbereiche und Niveau der Abschlussprüfung. Die Abschlussprüfung ist so zu stellen, dass sie Leistungen in den drei Anforderungsbereichen[14] erfordert. Sie erreicht dann ein angemessenes Niveau, wenn das Schwergewicht der zu erbringenden Prüfungsleistungen im Anforderungsbereich II liegt und daneben die Anforderungsbereiche I und III berücksichtigt werden (z. B. etwa im Verhältnis 40:45:15).

Je nach Aufgabenart und Aufgabenstellung können unterschiedliche Akzente gesetzt werden. Bereichsübergreifende Aufgabenteile sind möglich.

Die verantwortliche Lehrkraft stellt zudem sicher, dass die Abschlussarbeit über alle Aufgabenvorschläge erkennbare innermathematische Aufgabenteile enthält. Mit diesen innermathematischen Aufgaben muss ein ausreichendes Leistungsniveau (Note ausreichend) erreichbar sein. Auch diese innermathematischen Aufgaben sind kompetenzorientiert.

7.3.2 Grundsätze zum Aufbau der schriftlichen Abschlussprüfung

(1) Aufgabenumfang, Bepunktung und Hilfsmittel. Die schriftliche Abschlussprüfung besteht aus drei Aufgaben A1, A2 und A3, die alle von den Schülerinnen und Schülern ohne Wahlmöglichkeit zu bearbeiten sind. Die erreichbare Gesamtpunktzahl für jeden Aufgabenvorschlag beträgt 40. Die Aufgaben entstammen unterschiedlichen Aufgabenblöcken A (Analysis) und B (Stochastik / Lineare Algebra / Analytische Geometrie).

Aufgabe 1 umfasst den oHiMi-Teil der Abschlussprüfung. Sie hat einen Umfang von 40 Bewertungseinheiten (BE). Die Aufgabe 1 ist nur unter Verwendung von Papier, Schreib- und Zeichengeräten zu bearbeiten.

Die Aufgaben 2 und 3 beinhalten Aufgabenteile mit Sachbezug aus unterschiedlichen Aufgabenblöcken A und B, wobei innermathematische Aufgabenstellungen integriert sein kön-

[14] Vgl. Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife (Beschluss der Kultusministerkonferenz vom 18. Oktober 2012), S. 27 bzw. Kapitel 3.1 des vorliegenden Lehrplans.

nen. Für die Bearbeitung dieser Aufgaben dürfen sowohl Formelsammlung[15] als auch digitale Mathematikwerkzeuge[16] (GTR, TR, CAS) genutzt werden.

Aufbau der Abschlussprüfung:

Aufgabe 1 oHiMi	**Aufgabe 2** Aufgabenblock A Analysis	**Aufgabe 3** Aufgabenblock B Stochastik, Lineare Algebra, Analytische Geometrie
Analysis (20 BE) Stochastik, Lineare Algebra, Analytische Geometrie (20 BE) (40 BE)	Komplexe Aufgabenstellung mit Sachbezug und ggf. innermathematischen Anteilen (40 BE)	Komplexe Aufgabenstellung mit Sachbezug und ggf. innermathematischen Anteilen (40 BE)

(2) Bearbeitungszeiten. Die Bearbeitungszeit für die schriftliche Prüfung umfasst 300 Minuten.

Zum Lösen der Aufgabe 1 hat der Prüfling maximal 100 Minuten Zeit. Durch eine frühere Abgabe der Aufgabe 1 verlängert sich die Bearbeitungszeit für die komplexen Aufgaben. Den Zeitpunkt der Abgabe der Aufgabe 1 innerhalb der maximalen Bearbeitungszeit bestimmt der Prüfling. Nach Abgabe der Aufgabe 1 darf diese dem Prüfling nicht wieder ausgehändigt werden.

7.3.3 Aufbau der schriftlichen Abschlussprüfung bei der Erstellung und Einreichung

(1) Verantwortlichkeiten. Die Erstellung von Aufgabenvorschlägen erfolgt durch die verantwortliche Fachlehrkraft auch unter Berücksichtigung der „Hinweise zur Gestaltung der Aufgabenvorschläge“ (siehe Kapitel 7.4).

[15] Nach Beschluss der Fachkonferenz ist in einem Kurs / einer Klasse einheitlich eine Formelsammlung eines beliebigen Verlags und ausschließlich sind keine Musteraufgaben zuzulassen.

[16] Je nach unterrichtlicher Verwendung.

(2) Anforderungen an die einzureichenden Vorschläge. Bei der Erstellung der Aufgabenvorschläge sind die in diesem Lehrplan getroffenen Regelungen zu den Leistungsanforderungen (Anforderungsbereiche) und zur Leistungsbewertung zu berücksichtigen.

Bei jedem Vorschlag ist eine angemessene Aufteilung der Teilaufgaben auf die drei Anforderungsbereiche zu berücksichtigen. Ein angemessenes Niveau wird dann sichergestellt, wenn auf der Basis der erreichbaren Punkte jedes Vorschlages die Anforderungsbereiche I, II und III in etwa dem Verhältnis 40:45:15 entsprechen. In jedem Fall ist sicherzustellen, dass der Bereich II den größten Punkteanteil über alle Anforderungsbereiche ausmacht.

Die Aufgabenvorschläge sind in ihrer Grundkonstruktion in Anlehnung an die Intention des Lehrplanes anwendungsorientiert auszugestalten. Eine kompetenzorientierte Problemstellung zeigt sich unter anderem dadurch, dass in der Aufgabenformulierung ein bestimmter mathematischer Inhalt mit einem bestimmten Verhalten verknüpft wird. Das durch die verantwortliche Lehrkraft als Aufgabensteller dabei angestrebte Verhalten beim Prüfling wird durch die Verwendung eines Operators deutlich.

(3) Sachgebiete der einzureichenden Vorschläge. Die Aufgabenvorschläge entstammen grundsätzlich aus den Sachgebieten Analysis, Stochastik und, je nach gesetztem Schwerpunkt, Analytische Geometrie oder Lineare Algebra.

Neben Analysis als verbindliches Sachgebiet ist mindestens ein weiteres Sachgebiet für die Aufgabenvorschläge auszuwählen.

(4) Struktur der einzureichenden Vorschläge. Jeder einzelne Aufgabenvorschlag ist in zwei Teile untergliedert: einen oHiMi-Teil und einen komplexen Aufgabenteil, bei dem Hilfsmittel gemäß den Vorgaben verwendet werden dürfen. Jeder Teil der Aufgabe beginnt jeweils auf einer neuen Seite.

Zwei der vier Aufgabenvorschläge entstammen ausschließlich dem Bereich der Analysis (Aufgabenblock A).

Die anderen beiden Aufgabenvorschläge entstammen einem oder mehreren der anderen drei Sachgebiete Stochastik, Lineare Algebra und Analytische Geometrie (Aufgabenblock B).

In den beiden Aufgabenvorschlägen des Aufgabenblocks B können im komplexen Aufgabenteil Aufgabenstellungen mit bis zu 8 BE aus dem Bereich der Analysis enthalten sein.

Aufgabenblock A: Analysis	
1. Aufgabenvor-schlag	2. Aufgabenvor-schlag
oHiMi (20 BE)	oHiMi (20 BE)
Komplexe Aufga-benstellung (40 BE)	Komplexe Aufga-benstellung (40 BE)

Aufgabenblock B: Stochastik/ Lineare Algebra / Analytische Geometrie	
3. Aufgabenvor-schlag	4. Aufgabenvor-schlag
oHiMi (20 BE)	oHiMi (20 BE)
Komplexe Aufga-benstellung (40 BE) (bis zu 8 BE Analysis)	Komplexe Aufga-benstellung (40 BE) (bis zu 8 BE Analysis)

Jeder Aufgabenvorschlag umfasst eine angemessene Unterteilung in einzelne Teilaufgaben. Eine angemessene Unterteilung ist in der Regel dann gegeben, wenn die Teilaufgaben eine Anzahl nicht unter vier und nicht über zehn umfassen. Ferner sei in den Aufgabenblöcken A und B grundsätzlich anstelle einer komplexen Sachaufgabe auch die Konstruktion von zwei unabhängigen Aufgaben mit jeweiligen Teilaufgaben möglich und zulässig.

Die innerhalb eines Aufgabenvorschlages gestellten Teilaufgaben (zumindest in den Anforderungsbereichen I und II) müssen unabhängig voneinander lösbar sein. Dies wird in der Regel dadurch sichergestellt, dass innerhalb der betreffenden Teilaufgabe oder in einer nachfolgenden Teilaufgabe die Lösung der gestellten Aufgabe angegeben wird oder zu bestätigen ist, sofern sich Teilaufgaben aufeinander beziehen.

Die beiden jeweiligen Aufgabenvorschläge aus den Aufgabenblöcken A und B sind sowohl im oHiMi-Teil als auch im komplexen Aufgabenteil jeweils erkennbar verschieden, das heißt hinreichend differenziert, in den mathematischen Inhalten und Aufgabenstellungen gemäß den in Kapitel 5 benannten Kompetenzen[17].

Der oHiMi-Teil und der komplexe Teil eines Aufgabenvorschlags ergänzen sich jeweils, sodass die mathematischen Kompetenzen der Schülerinnen und Schüler bezogen auf die Leitideen in dem mathematischen Sachgebiet beziehungsweisen den mathematischen Sachgebieten in einer hinreichenden Breite überprüft werden.

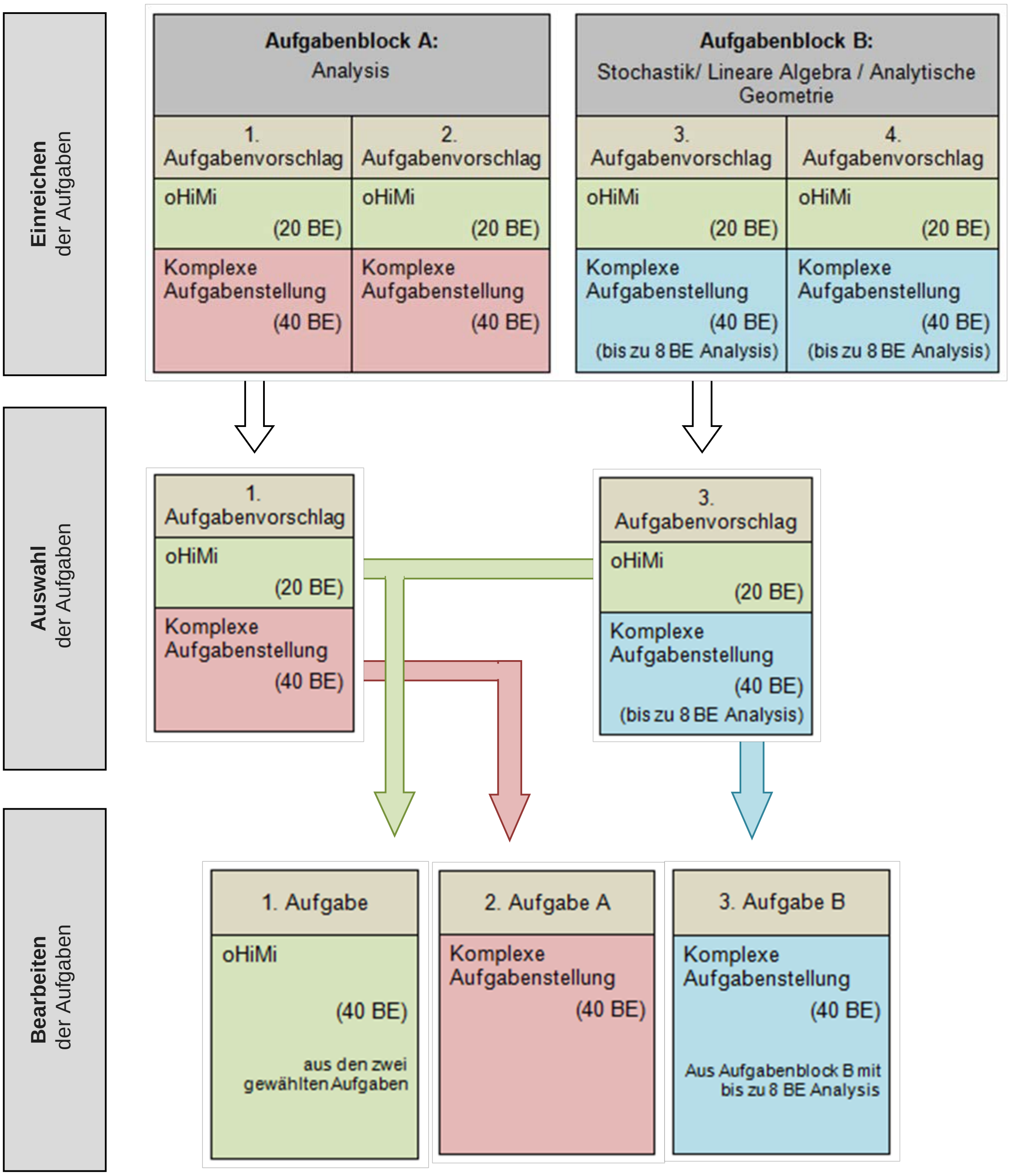
Sowohl im oHiMi-Teil als auch im komplexen Teil eines jeden Aufgabenvorschlages sind die Aufgabenstellungen und BE über die drei Anforderungsbereiche in etwa im Verhältnis 40:45:15 zu verteilen.

[17] Vergleiche die Musteraufgaben als Beispiel im Kapitel 8.2.

<u>(5) Umfang und Auswahl der einzureichenden Vorschläge.</u> Von der verantwortlichen Lehrkraft sind vier Aufgabenvorschläge mit jeweiligem Erwartungshorizont (EWH) einzureichen, von denen durch die Schulaufsicht zwei Aufgabenvorschläge, je einer aus den Aufgabenblöcken A und B, ausgewählt werden. Aus den zwei gewählten Aufgabenvorschlägen stellt die verantwortliche Lehrkraft die drei Prüfungsaufgaben zusammen.

Ein Beispiel für diesen Auswahl- und Zusammenstellungsprozess ist in der folgenden Übersicht gegeben.

Beispiel:



Sofern die Aufgabenvorschläge nicht den formalen und inhaltlichen Anforderungen an die Erstellung entsprechen, behält sich die Schulaufsicht vor, die Aufgabenvorschläge durch die verantwortliche Lehrkraft abändern beziehungsweise in Gänze neu formulieren zu lassen.

An die Schulaufsicht sind innerhalb vom für Bildung zuständigen Ministerium festgelegter und veröffentlichter Fristen folgende Prüfungsunterlagen einzureichen:

- Anlage 1: Aufgabenvorschläge (zweifach).
- Anlage 2: Musterlösung als erwartete Prüflingsleistungen (EWH), Zuweisung der Punkte zu den Anforderungsbereichen der einzelnen Teilaufgaben mit Kommentierung der unterrichtlichen Voraussetzungen gemäß Vorlage (vgl. Kapitel 8.2 (Anhang)).
- Anlage 3: Geschriebene Klausuren während des Bildungsganges bis zum schriftlichen Prüfungstermin sowie Themen des Unterrichtes nach der schriftlichen Prüfung.
- Zugelassene Hilfsmittel mit genauer Bezeichnung.
- Quellennachweise, sofern Quellen verwendet werden.

(6) Arbeitsteilung. Die einzureichenden Aufgabenvorschläge können auch gemeinschaftlich durch die Mitglieder der Fachkonferenz Mathematik der einzelnen Berufsbildenden Schule oder mehrerer Berufsbildenden Schulen gemeinsam erstellt werden. Die Verantwortung bleibt jedoch auch hier bei der gemäß Kapitel 7.3.1 verantwortlichen Lehrkraft.

Werden Abschlussprüfungsaufgaben von mehreren Berufsbildenden Schulen gemeinschaftlich gestellt, muss die Abschlussprüfung im Fach Mathematik an den betreffenden Schulen an einem gemeinsamen Termin durchgeführt werden.

(7) Nachschreiberegelung. Die zwei verbleibenden, nicht gewählten Aufgabenvorschläge sind für die Nachschreibeklausur vorzusehen.

7.3.4 Durchführung der schriftlichen Abschlussprüfung

(1) Aufgabenwahl. Die eingereichten Aufgabenvorschläge werden von der zuständigen Schulaufsicht Mathematik im zuständigen Ministerium geprüft und die Aufgabenwahl wird der Schule auf dem Dienstweg zugestellt.

(2) Zusammenstellung. Die verantwortliche Lehrkraft bekommt mindestens zwei Schultage vor der Prüfung die gewählten Aufgaben mitgeteilt, sodass eine Zusammenstellung der Prüfung gemäß Kapitel 7.3.3 (5) erfolgen kann. Die Aufgaben sind nach der Zusammenstellung und Vervielfältigung durch die Schulleitung oder eine beauftragte Person bis zum Beginn der Prüfung wieder unter Verschluss zu nehmen.

(3) Aufsichtführung. Die Schulleitung setzt die Aufsicht ein. Der Besonderheit des oHiMi- und CAS-Einsatzes ist organisatorisch Rechnung zu tragen. Mindestens für das Ansetzen der Prüflinge ist eine Fachlehrkraft einzuplanen. Dies ist in der Regel die verantwortliche Lehrkraft.

(4) Bearbeitung oHiMi und der komplexen Aufgaben. Der Prüfling erhält die Aufgabe 1 (oHiMi) sowie die Aufgaben 2 und 3 (aus unterschiedlichen Aufgabenblöcken A und B), versieht die Aufgaben mit seinem Namen und kann mit der Bearbeitung der Aufgabe 1 beginnen. Während der Bearbeitung von Aufgabe 1 ist sicherzustellen, dass zur Bearbeitung nur Papier, Schreib- und Zeichengeräte genutzt werden. Zum Lösen der Aufgabe 1 hat der Prüfling maximal 100 Minuten Zeit. Nach Ablauf der 100 Minuten beziehungsweise auf Zeichen des Prüflings sammelt die Aufsicht führende Lehrkraft Aufgabe 1 ein und händigt dem Prüfling seine zugelassenen Hilfsmittel aus. Nach Abgabe der Aufgabe 1 darf diese dem Prüfling nicht wieder ausgehändigt werden. Ab jetzt dürfen sowohl Formelsammlung als auch technische Hilfsmittel, je nach vorheriger Nutzung im Unterricht (TR, GTR oder CAS), genutzt werden. Bei der Nutzung von technischen Hilfsmitteln sind die Bestimmungen des Kapitels 7.3.6 zu beachten.

(5) Vorschläge für eine organisatorische Umsetzung. Die Hilfsmittel TR, GTR oder CAS und die Formelsammlung können beispielsweise „eingetütet“, beim Schüler / bei der Schülerin am Tisch verwahrt und erst geöffnet werden, wenn der oHimi-Teil abgegeben wird. Zur Erleichterung der Übersicht für die Aufsicht führende Lehrkraft wird der oHiMi-Teil auf anders farbigem Papier, zum Beispiel hellgelb, gedruckt. Prüflinge, die mit gelbem Papier arbeiten, haben daher keine Hilfsmittel zugriffsbereit auf dem Tisch. Die beaufsichtigende Lehrkraft kann auf den ersten Blick erkennen, ob die Hilfsmittel zugelassen sind.

7.3.5 Hinweise zur Bewertung von Prüfungsleistungen

(1) Verantwortlichkeiten. Die verantwortliche Lehrkraft oder die beauftragte Lehrkraft korrigiert, beurteilt und benotet die schriftlichen Arbeiten der Prüflinge.

(2) Bewertung. Die Bewertung der Arbeit ist in jedem Fall auf der Grundlage eines Bewertungsbogens (in Anlehnung an den Erwartungshorizont (EWH)), der mögliche Musterlösungen enthält, vorzunehmen. Die Bewertung erfolgt über die Randkorrekturen.

Werden Lösungen erbracht, die bei der Beschreibung der erwarteten Prüfungsleistung nicht erfasst sind, so sind diese angemessen zu berücksichtigen. Dabei ist eine Überschreitung der Anzahl der für den betreffenden Aufgabenteil vorgesehenen Gewichtungseinheiten unzulässig. Nachträgliche Abänderungen der Punktezuweisung zu den Teilaufgaben innerhalb eines Aufgabenvorschlages sind nur mit Zustimmung der Schulaufsicht zulässig.

(3) Benotung. Die Benotung erfolgt nach der durch die zuständigen Gremien der Schule festgelegten Bewertungsskala.

(4) Formale Mängel. Bei schwerwiegenden Mängeln in der äußeren Form oder bei gehäuften Verstößen gegen die sprachliche Richtigkeit wird nach der fachlichen Bewertung der Prüfungsarbeit die Note um maximal eine Note schlechter bewertet. Wird die Prüfungsarbeit mit „mangelhaft“ oder „ungenügend“ bewertet, so findet eine Abwertung in der Regel nicht statt.

(5) Mangelhafte und ungenügende Leistungen. Wird eine Arbeit mit „mangelhaft“ oder „ungenügend“ benotet, hat eine weitere fachkundige Lehrkraft die Arbeit zu bewerten. Sie ist berechtigt, die anderen Arbeiten einzusehen. Stimmen die Benotungen nicht überein, entscheidet die Schulleiterin oder der Schulleiter unter Heranziehung einer weiteren fachkundigen Lehrkraft.

(6) Abschluss. Den Abschluss der Bewertung einer Abschlussarbeit bildet ein Bewertungsbogen, zum Beispiel als Bepunktungstabelle gemäß EWH. Auf dem Bewertungsbogen wird abschließend die Gesamtleistung als zusammenfassende verbale Würdigung der gezeigten Leistungen im Gesamtkontext aller Aufgabenteile gewürdigt, sofern eine Gesamtleistung nicht mehr als „ausreichend“ bewertet werden kann. Die Gesamtleistung wird als Note in Worten ausgeschrieben und um die Note ergänzt.

Weitere Vorgaben sind in der Landesverordnung über die Abschlussprüfung an berufsbildenden Schulen (Prüfungsverordnung berufsbildende Schulen – BS PrüfVO) geregelt.

7.3.6 Einsatz von digitalen Mathematikwerkzeugen

(1) Grundsatz. Der Einsatz eines Computeralgebrasystems (CAS) in der Abschlussprüfung ist nicht verbindlich vorgesehen. Die verantwortliche Lehrkraft entscheidet über die einheitliche Verwendung eines digitalen Mathematikwerkzeugs[18] (TR, GTR) sowie über die einheitliche Verwendung einer Formelsammlung.

(2) Allgemeine Vorgaben. Die verwendete Technologie muss in den Prüfakten von der verantwortlichen Lehrkraft vermerkt werden.

[18] Hierbei ist sicherzustellen, dass die Voraussetzungen für alle Prüflinge identisch sind.

Die textliche Dokumentation der Problemlösung durch den Prüfling muss in der schriftlichen Prüfung in der Reinschrift so angelegt sein, dass der Gedankengang der Problemlösung vollständig nachvollziehbar ist und Art und Umfang der Inanspruchnahme der Technologie zur Problemlösung erkennbar sind. Die Dokumentation ist Bestandteil der Problemlösung und geht in die Bewertung der Prüfungsleistung ein.

Computerausdrucke sind als Bestandteil der Dokumentation nicht zugelassen.

Dies gilt auch für den Ausdruck von Graphiken.

Terme müssen in der üblichen mathematischen Notation und nicht in der eventuell abweichenden Bildschirmanzeige angegeben werden.

Im Verlaufe der Prüfung vom Prüfling erstellte und gegebenenfalls gespeicherte Dateien dürfen nicht zur Korrektur oder Bewertung herangezogen werden.

<u>(3) CAS als Software auf dem Handheld.</u> Alle CAS-Handhelds müssen vor der Prüfung in den Auslieferungszustand versetzt werden.

<u>(4) CAS als Software auf anderen Endgeräten als dem Handheld.</u> Alle weiteren Hilfsmittel, wie zum Beispiel Laptop oder Notebook, müssen bei der zuständigen Schulaufsicht im für Schule/Bildung zuständigen Ministerium beantragt werden. Eine Beantragung entfällt, wenn eine generelle Genehmigung durch die zuständige Schulaufsicht bereits vorliegt.

7.3.7 Mündliche Abschlussprüfung

Werden im Rahmen von Abschlussprüfungen in der BOS mündliche Prüfungen nach Maßgabe der BS-PrüfVO erforderlich, so sind die folgenden Vorgaben zu berücksichtigen.

<u>(1) Aufgabenumfang.</u> In der mündlichen Prüfung sind vom Prüfling zwei Aufgaben aus verschiedenen Bereichen zu bearbeiten, die dem Prüfling schriftlich vorgelegt werden. Sie dürfen keine inhaltliche Wiederholung von Aufgaben der schriftlichen Abschlussarbeit sein und sich nicht nur auf die Themen eines Kurshalbjahres beziehen.

<u>(2) Prüfungsausschuss.</u> Den Mitgliedern der Prüfungskommission werden die Aufgaben mit dem zugehörigen Erwartungshorizont mindestens einen Schultag vor der mündlichen Prüfung ausgehändigt. Die oder der Vorsitzende des Prüfungsausschusses und die oder der Vorsitzende des Fachausschusses können eine Änderung der Aufgabenstellung verlangen. Vor Beginn der mündlichen Prüfung informiert die Prüferin oder der Prüfer den Fachausschuss über die unterrichtlichen Voraussetzungen und die sich daraus ergebenden fachlichen Anforderungen der Aufgabenstellung.

(3) Inhalte der Prüfungsaufgaben. Jede Aufgabe muss so angelegt sein, dass sie vom Anspruchsniveau her eine Bewertung innerhalb der gesamten Notenskala zulässt und einen leichten Einstieg erlaubt.

Die Aufgabenstellung für die mündliche Prüfung unterscheidet sich von der für die schriftliche Prüfung. Bei der Erstellung der Aufgaben für die mündliche Prüfung ist auf die Gewichtung der Anforderungsbereiche in etwa im Verhältnis 40:45:15 zu achten. Der Schwerpunkt der zu erbringenden Prüfungsleistungen liegt im Anforderungsbereich II. Darüber hinaus sind die Anforderungsbereiche I und III zu berücksichtigen, wobei die Anforderungsbereiche I und II stärker zu akzentuieren sind.

Umfangreiche Rechnungen und zeitaufwendige Konstruktionen sind zu vermeiden. Vielmehr sollen die Prüflinge mathematische Sachverhalte im freien Vortrag darstellen und im Gespräch zu mathematischen Fragen Stellung nehmen. Besonders geeignet sind Aufgabenstellungen, die sich auf die Erläuterungen eines Lösungswegs beziehen, ohne dass die zugehörigen Rechnungen im Einzelnen auszuführen sind, und solche, bei denen Ergebnisse, Skizzen, Lösungswege usw. vorgegeben werden, an denen wesentliche Gedankengänge zu erläutern sind.

(4) Beurteilung der mündlichen Leistungen. Beide Aufgaben sind bei der Beurteilung gleich zu gewichten. Neben dem Vortrag der Ergebnisse ihrer Vorbereitung, der mindestens ein Drittel der Prüfungszeit umfasst, müssen die Prüflinge außerdem in einem Prüfungsgespräch ergänzende oder weitergehende Kenntnisse und Fähigkeiten nachweisen. In die Beurteilung der Prüfungsleistung geht neben dem Inhalt auch die Art der Präsentation ein.

(5) Nutzung von technischen Hilfsmitteln. In der mündlichen Abschlussprüfung dürfen sowohl Formelsammlung als auch, je nach Unterrichtseinsatz, GTR, TR oder CAS zur Nutzung zugelassen werden.

7.4 Hinweise zur Gestaltung der Aufgabenvorschläge

(1) Hinweise zur Gestaltung. Bei der Erstellung eines Aufgabenvorschlags sind durch die verantwortliche Lehrkraft die nachfolgend gegebenen Hinweise und Anregungen zur Gestaltung und Formulierung zu berücksichtigen. Diese Hinweise basieren auf den Erfahrungen bei der Erstellung von zentralen Abschlussprüfungen im Beruflichen Gymnasium und tragen damit zu einer weiteren Professionalisierung bei.

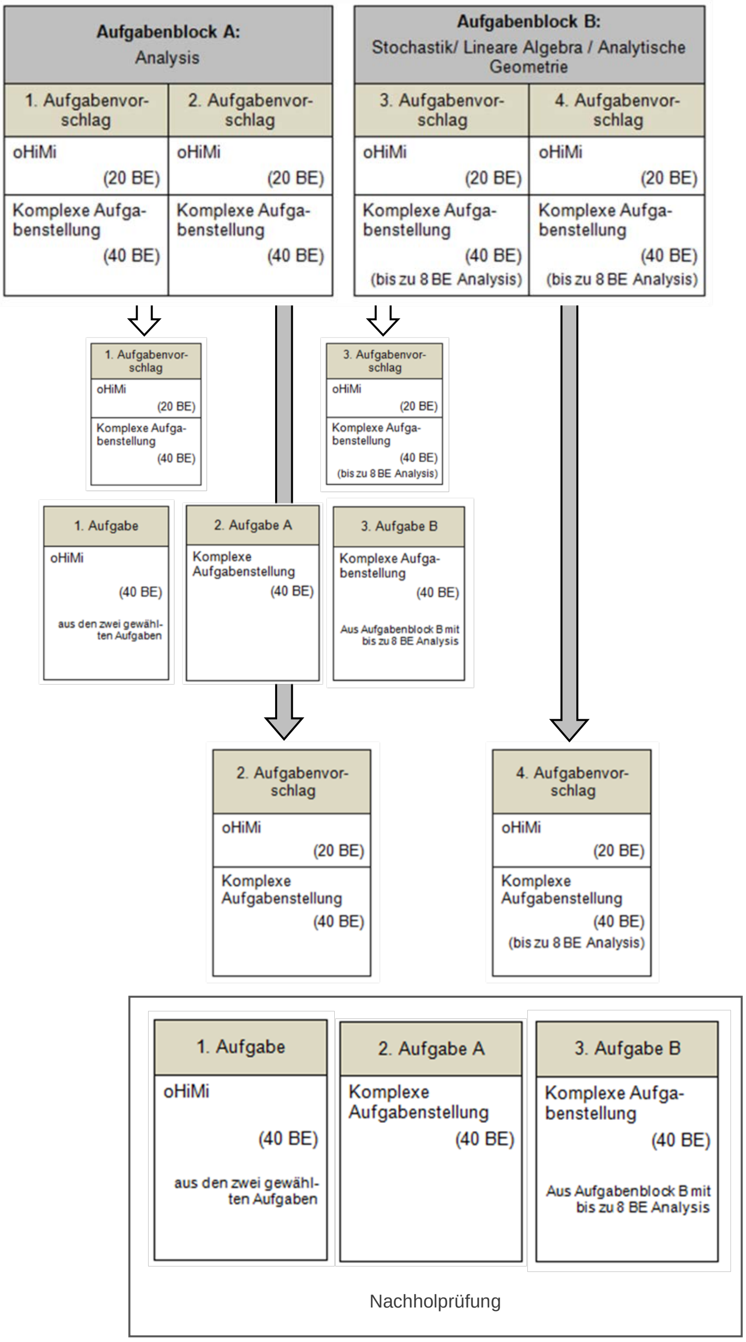
Verbindliches
Berücksichtigung von Operatoren.
Unabhängigkeit der Teilaufgaben sicherstellen.
Graphiken/Koordinatensysteme und Achsenbeschriftung etc. müssen lesbar sein.
Bilder möglichst in Graustufen (nur Copyright freie Bilder mit Quellenangabe verwenden).

Hilfreiches
Deutliche Trennung von Informations- und Fragefeldern sicherstellen.
Möglichst von leichten zu schweren Teilaufgaben aufbauen.
Einheitliche Formulierung „eine Funktion f mit der Gleichung ...“ verwenden.
Wenn möglich, Funktionsgleichung und zugehörige Graphik auf einer Seite unterbringen.
Für Funktionsterme eine eigene Zeile verwenden. Dies gilt nicht unbedingt für den Vortext.
Abbildungen pro Aufgabe nummerieren (1.1, 1.2, …; 2.1, 2.2, …)

Vermeidungen
Aneinanderkettung von Operatoren.

7.5 Unterrichtliche Verwendung nach der Abschlussprüfung

<u>(1) Nicht gewählte Aufgabenvorschläge und Nachschreiberegelung.</u> Eingereichte Aufgabenvorschläge, die von der Schulaufsicht nicht für den Einsatz in der Abschlussprüfung ausgewählt wurden, bleiben für den Einsatz in einer gegebenenfalls notwendigen Nachholprüfung bis zu diesem Termin unter Verschluss. Sofern für einzelne Prüflinge des laufenden Schuljahres ein weiterer Prüfungstermin (Nachholprüfung) angesetzt werden muss, sind die zwei verbleibenden, nicht gewählten Aufgabenvorschläge für die Nachschreibeklausur zu verwenden.



<u>(2) Erneute Einreichung der Aufgabenvorschläge.</u> Zu einem Prüfungstermin eines Schuljahres ausgewählte Aufgabenvorschläge (oder auch weite Teile dieser Vorschläge) können nicht zum Prüfungstermin des folgenden Schuljahres erneut eingereicht werden.

<u>(3) Unterrichtliche Verwendung.</u> Aufgaben, die in Gänze oder in Teilen im Unterricht verwendet werden, dürfen nicht als Aufgabenvorschläge eingereicht werden.

<u>(4) Urheberrecht.</u> Sofern eingereichte Aufgabenvorschläge nicht der Urheberschaft des Einreichenden unterliegen, sind die Quellen anzugeben.

8 Anlagen

8.1 Operatoren

Operatoren	Definitionen	Beispiele
Angeben, Nennen	Die erfragten Objekte, Sachverhalte, Begriffe oder Daten werden ohne Erläuterungen, Begründungen oder Lösungswege genannt.	Geben Sie drei Punkte an, die in der Ebene E liegen. Nennen Sie drei Aspekte, die den Verlauf des Graphen charakterisieren.
Auflösen	Komplexe Gleichungen werden nach einem Parameter oder einer Variablen unter Angabe von wesentlichen Zwischenschritten in eine äquivalente (evtl. vorgegebene) Form gebracht.	Lösen Sie das Gleichungssystem nach den Variablen x und y auf. Lösen Sie die Matrizengleichung … nach der Matrix X auf.
Begründen	Ein Sachverhalt wird auf Gesetzmäßigkeiten oder kausale Zusammenhänge zurückgeführt. Hierbei sind mathematische Regeln und Beziehungen zu nutzen. *Auch bei der Verwendung mathematischer Syntax ist eine geschlossene Antwort erforderlich, die auch Textanteile enthält. Die Angabe einer Formel o. Ä. genügt hier nicht. Aufgrund der verschiedenen Ausprägungen des Operators „Begründen“ ergeben sich Überschneidungen mit „Beweisen“ und „Zeigen“, wobei dort formale bzw. rechnerische Aspekte eine höhere Bedeutung haben.*	Begründen Sie, dass die Funktion nicht mehr als drei Wendestellen haben kann. Begründen Sie, warum von einer binomialverteilten Zufallsgröße ausgegangen werden kann.
Berechnen	Ergebnisse werden von einem Ansatz ausgehend durch Rechenoperationen und unter Angabe von Zwischenergebnissen gewonnen. *Die Nutzung des Taschenrechners ist auch zulässig.*	Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A.
Beschreiben	Sachverhalte oder Verfahren werden in Textform unter Verwendung der Fachsprache in vollständigen Sätzen dargestellt. *Hier sind auch Einschränkungen möglich: „Beschreiben Sie in Stichworten“.*	Beschreiben Sie einen Lösungsweg.

Operatoren	Definitionen	Beispiele
Bestimmen, Ermitteln	Es wird ein Ergebnis hergeleitet und der Lösungsweg dokumentiert. Ergebnisse werden durch Nutzung mathematischer Überlegungen oder Verfahren gewonnen. *Alle Werkzeugebenen sind zulässig.* *D. h., das Ablesen aus gegebenen Diagrammen, Skizzen, Abbildungen usw. ist zulässig.*	Bestimmen Sie aus diesen Werten die Koordinaten der beiden Punkte. Ermitteln Sie den Schnittpunkt.
Beurteilen	Zu einem Sachverhalt wird eine selbstständige Bewertung unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formuliert.	Beurteilen Sie, wie gut die vorgeschlagene Funktion das Problem modelliert.
Beweisen, Widerlegen	Beweise werden unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen, ggf. unter Verwendung von Gegenbeispielen, geführt. *Verwendete Variablen werden eingeführt.*	Beweisen Sie, dass das Gewinnmaximum bei 10 Mengeneinheiten liegt. Beweisen Sie, dass die vier Mittelpunkte der Seiten des Vierecks in einer Ebene liegen. Beweisen oder widerlegen Sie die gegebene These.
Entscheiden	Unter mehreren Möglichkeiten wird eine ausgewählt. *Eine Begründung der Entscheidung wird gesondert gefordert.*	Entscheiden Sie, welche der Ihnen bekannten Verteilungen zur Problemstellung passt. Entscheiden und begründen Sie, welche der Möglichkeiten die kostengünstigere ist.
Ergänzen, Vervollständigen	Ein teilweise vorgegebener Entwurf oder Sachverhalt wird nach Vorgaben erweitert oder weiterentwickelt.	Ergänzen Sie die Gleichung so, dass die Lösungsmenge leer ist. Vervollständigen Sie die Wertetabelle.
Erläutern	Sachverhalte oder Verfahren werden in angemessener Textform nachvollziehbar und verständlich dargestellt und gegebenenfalls durch zusätzliche Informationen und Beispiele veranschaulicht.	Erläutern Sie den Unterschied zwischen einem Ergebnis und einem Ereignis bei einem Zufallsexperiment.
Erstellen	Zu einem Sachverhalt wird eine mathematische Darstellung in fachlich korrekter, meist vorgegebener Form angefertigt.	Erstellen Sie eine Wertetabelle zu der gegebenen Funktion. Erstellen Sie eine Wertetabelle der Wahrscheinlichkeitsverteilung.

Operatoren	Definitionen	Beispiele
Herleiten	Die Entstehung oder Entwicklung eines gegebenen Sachverhalts aus allgemeineren Sachverhalten wird nachvollziehbar dargestellt.	Leiten Sie die Gleichung der gegebenen Stammfunktion her.
Interpretieren	Die Ergebnisse einer mathematischen Überlegung werden rückübersetzt auf das ursprüngliche Problem.	Interpretieren Sie das Ergebnis im Sachzusammenhang.
Klassifizieren	Objekte oder Sachverhalte werden nach vorgegebenen oder selbstständig zu wählenden Kriterien unter Benennung des Ordnungsschemas in Klassen eingeteilt. *Eine Begründung der vorgegebenen bzw. selbst gewählten Kriterien wird ggf. gesondert gefordert.*	Klassifizieren Sie die gegebenen Merkmalswerte zur Nominal-, Ordinal-, Intervall- und Verhältnisskala. Klassifizieren Sie die Graphen der Schar.
Modellieren	Zu einem realen Sachverhalt wird ein mathematisches Modell entwickelt.	Modellieren Sie den Sachverhalt durch eine geeignete Funktion.
Skizzieren	Die wesentlichen Eigenschaften eines Objektes oder einer Struktur werden graphisch angemessen dargestellt – eventuell als Freihandzeichnung; in der Regel ohne Berücksichtigung eines Maßstabs.	Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f. Skizzieren Sie die drei Objekte unter Berücksichtigung der gegenseitigen Lage.
Untersuchen, Prüfen	Sachverhalte oder mathematische Objekte werden nach vorgegebenen oder selbst gewählten Aspekten analysiert und nach fachlich üblichen, sinnvollen Kriterien dargestellt.	Untersuchen Sie, ob der Graph der Funktion ein lokales Extremum aufweist. Untersuchen Sie, ob es Funktionen der Schar gibt, die keinen Hochpunkt besitzen. Prüfen Sie, ob die beiden Graphen Berührpunkte haben.
Vergleichen	Nach vorgegebenen oder selbst gewählten Gesichtspunkten werden Gemeinsamkeiten, Ähnlichkeiten und Unterschiede ermittelt und dargestellt. *Eine Beurteilung wird ggf. gesondert gefordert.*	Vergleichen Sie den Verlauf der Graphen der Funktionen f_a für positive und für negative Werte des Parameters a. Vergleichen Sie die Entwicklung der beiden Populationen in den ersten zehn Tagen. Vergleichen Sie die beiden Lösungsverfahren und beurteilen Sie deren Genauigkeit.

Operatoren	Definitionen	Beispiele
Zeichnen	Eine hinreichend exakte Abbildung wird gegebenenfalls maßstabgetreu angefertigt.	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion. Zeichnen Sie den Graphen der Funktion in einem geeigneten Koordinatensystem.
Zeigen, Nachweisen	Eine Aussage oder ein Sachverhalt wird nach gültigen Schlussregeln, mit Berechnungen, Herleitungen oder logischen Begründungen bestätigt. *Teile der Argumentationskette können ohne Herleitung aus den eingeführten Hilfsmitteln gewonnen werden.*	Zeigen sie, dass der Punkt A auf der Geraden g liegt. Zeigen Sie, dass die Punkte A, B und C auf einer Geraden liegen. Weisen Sie nach, dass die beiden gefundenen Vektoren orthogonal zueinander sind.
Zuordnen	Zwischen den Objekten zweier Mengen wird nach sinnvollen Kriterien eine Beziehung hergestellt.	Ordnen Sie jedem Graphen eine der vorgegebenen Funktionsgleichungen zu.

Im Einzelfall können auch weitere Operatoren eingesetzt werden, wenn sich deren Bedeutung aus dem Kontext eindeutig ergibt (z. B. „Auswerten“, „Beschriften“, „Darstellen“).

8.2 Beispiel für eine Abschlussprüfung

Vorbemerkungen. Das nachfolgend angegebene Beispiel einer Abschlussprüfung gibt lediglich eine mögliche Aufgabenformulierung wieder. Je nach unterrichtlichen Voraussetzungen und Fachrichtungen sollen die Schwerpunkte mehr in der Berücksichtigung der auf die bereits zum Eintritt in die BOS erworbenen Kompetenzen aufbauenden, erweiterten Funktionsklassen (Trigonometrische Funktionen und Exponentialfunktionen) liegen. In dem vorliegenden Beispiel liegt ein Schwerpunkt der Differenzierung aufgrund der unterrichtlichen Voraussetzungen auf der Berücksichtigung von Parameterwirkungen. Zur weiteren Orientierung ist die Verteilung der Aufgaben zu den AFB I bis III in etwa mit 40/45/15 eingehalten. Eine Benotung der vorliegenden Prüfung würde auf Basis der IHK-Benotungsskala erfolgen.

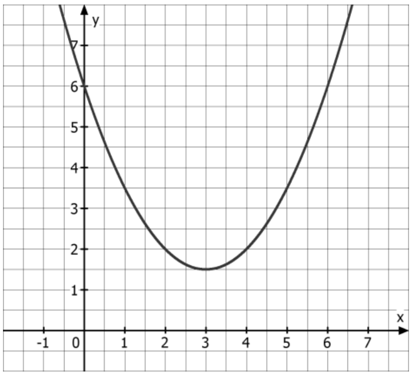
Ferner sei in den Aufgabenblöcken A und B grundsätzlich anstelle einer komplexen Sachaufgabe auch die Konstruktion von zwei unabhängigen Aufgaben mit jeweiligen Teilaufgaben möglich und zulässig.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A1

Aufgabe A1	**Innermathematischer Teil - oHiMi (Analysis)**

Teilaufgabe	a	b	c	d	Summe
Erreichbare Punkte	6	5	4	5	20
Erreichte Punkte					

a) Untenstehend ist der Graph einer Funktion f auszugsweise dargestellt.



Entscheiden und begründen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr (w) bzw. falsch (f) sind.

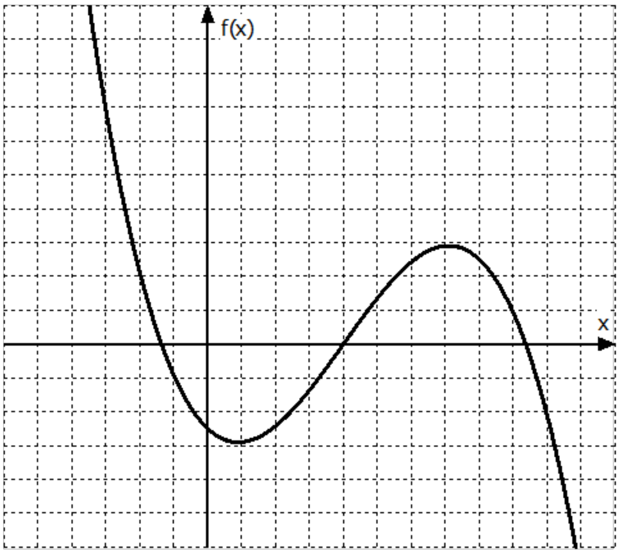
Aussage	w	f	Begründung
Die Tangentensteigung an der Stelle $x = 2$ beträgt -2.			
$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \dfrac{f(3) - f(3+\Delta x)}{\Delta x} = 0$			
$f(x) = -0{,}5(x-3)^2 + 1{,}5$			

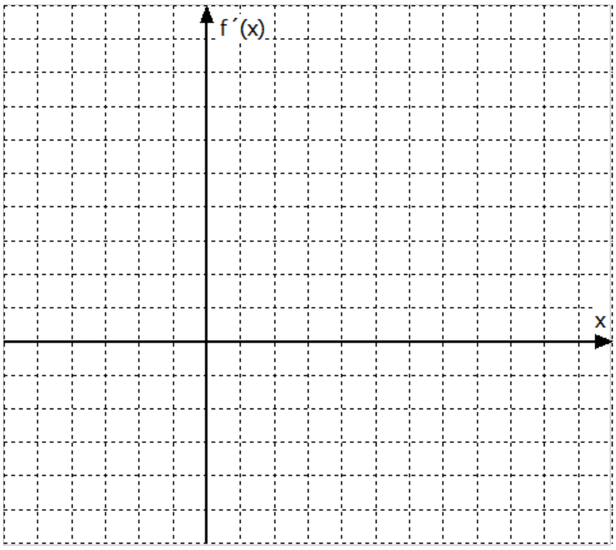
b) Gegeben seien Ihnen die Parameterfunktion q_a sowie die lineare Funktion g mit den Gleichungen

$$q_a(x) = x^2 + a \text{ mit } x \in þ$$
$$g(x) = 2x - 1 \text{ mit } x \in þ.$$

Zeigen Sie: Es existiert ein a, so dass die Parabel von q_a die Gerade g tangiert.

c) Skizzieren Sie im unteren Koordinatensystem den Verlauf des Graphen der Ableitungsfunktion zum in der oberen Graphik dargestellten Funktionsverlauf.





d) Ermitteln Sie die Koordinaten der Hochpunkte, die der Graph der Funktion s im Intervall $[-1; 1]$ besitzt, mit:

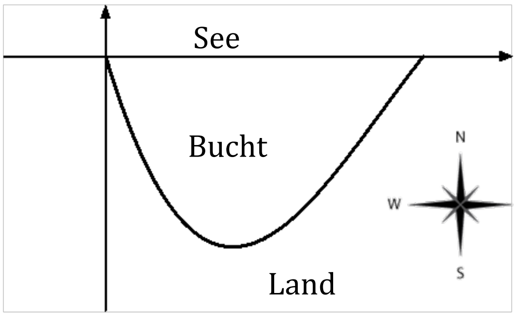
$$s(x) = 2 \cdot sin \cdot \big(4\pi(x - 0{,}5)\big) + 1 \quad \text{mit} \;\; x \in \text{þ}$$

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A1

Aufgabe 2	**Wasserskianlage**

Teilaufgabe	a	b	c	d	e	f	g	h	Summe
Erreichbare Punkte	6	5	4	6	4	6	4	5	40
Erreichte Punkte									

Ein Wassersportverein überlegt, in einer großen Bucht eines Binnensees eine Wassersportanlage zu betreiben. Die Uferkante des Sees ist in der nachfolgenden Abbildung gegeben und kann durch den Graph der Funktion u mit der folgenden Gleichung modelliert werden:



$$u(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{13}{3}x^2 - \frac{10}{3}x$$

mit $0 \leq x \leq 1{,}25$ mit x und $u(x)$ in Kilometern.

Die x-Achse stellt die Begrenzung der Bucht gegenüber dem Gesamtsee dar. Hierüber hinaus darf in nördliche Richtung keine Bebauung erfolgen.

Für die Planung einer Wasserskiseilbahn in der Bucht werden dem Planungsbüro daher folgende Daten der Bucht mitgeteilt:

Maximale Länge in West-Ost-Richtung:	$1250\ m$
Maximale Länge in Nord-Süd-Richtung:	$800\ m$

a) Prüfen Sie, ob die angegebenen Daten nach Maßgabe der gegebenen Funktionsgleichung richtig sind.

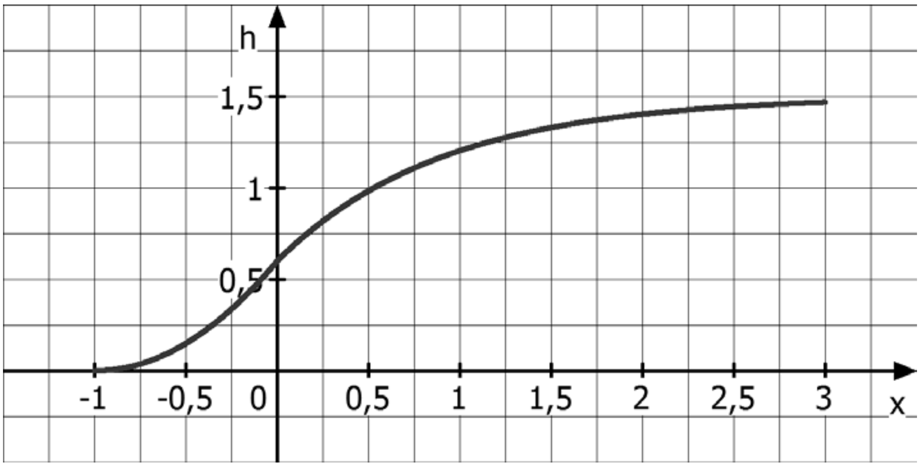
Der Wassersportverein plant die Fläche innerhalb der gegebenen Koordinaten $K_1(0|0), K_2(0|-1), K_3(1{,}25|-1)$ und $K_4(1{,}25|0)$ zu pachten. Für die Pachtgebühr ist hierbei insbesondere die Landfläche (ohne Wasser) bedeutend.

b) Berechnen Sie die Größe der Landfläche.

Um den Sportlern anspruchsvolle Sprünge zu ermöglichen, soll auch eine Sprungrampe auf der Bahn installiert werden, welche ebenfalls vom Planungsbüro auszuarbeiten ist. Ein Ingenieur des Planungsbüros schlägt ein Seitenprofil gemäß der folgenden Funktion h und der entsprechenden graphischen Darstellung für die Sprungrampe vor, wobei h die Höhe oberhalb des Wasserspiegels des Sees angibt, mit x und $h(x)$ in Metern.

$$h(x) = \begin{cases} 0{,}6x^2 + 1{,}2x + 0{,}6 & -1 \leq x \leq 0 \quad \text{(1. Abschnitt)} \\ 1{,}5 - 0{,}9 \cdot e^{-\frac{10}{9} \cdot x} & 0 < x \leq 3 \quad \text{(2. Abschnitt)} \end{cases}$$

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A1



Alle Beteiligten (Vorstand, Sportlervertreter und Planungsbüro) wollen auf einer Sitzung entscheiden, ob die Sprungrampe wie vorgeschlagen realisiert werden soll.

Während der Sitzung möchte ein Sportler vom Ingenieur wissen, wie hoch über dem Wasserspiegel und unter welchem Winkel die Absprungstelle der Sprungrampe liegt.

c) Berechnen Sie die erfragten Daten.

Ein Mitglied des Vorstandes des Vereins merkt kritisch an, dass er das vorgeschlagene Profil für ungeeignet hält, da die Sprungrampe eine Knickstelle aufweist.

d) Zeigen Sie, dass die Vermutung des Vorstandsmitgliedes richtig ist und erläutern Sie, warum diese Eigenschaft der Sprunganlage als problematisch angesehen werden muss.

Der Ingenieur nimmt den kritischen Gedanken des Vorstandsmitgliedes auf und erklärt, dass das "Knickproblem" zu beheben sei, indem der Funktionsterm des zweiten Abschnitts geändert wird. Hierzu hat er folgende formale Schritte notiert:

$$h_2(x) = 1{,}5 - 0{,}9 \cdot e^{k \cdot x}$$

$$1{,}2 = -0{,}9 \cdot k \cdot e^{k \cdot 0}$$

$$\Rightarrow \quad k = -\tfrac{4}{3}$$

e) Untersuchen Sie, ob der vorgestellte Ansatz und die Lösung als problemgerecht angesehen werden kann.

Ein Sportlervertreter würde lieber den ersten Abschnitt des Profils ändern und den zweiten Abschnitt gemäß $h(x)$ beibehalten.

f) Beurteilen Sie, ob dieses unter Beibehaltung des Funktionstyps möglich ist und welche Veränderungen sich im Sachkontext hieraus ergeben würden.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A1

Die betriebswirtschaftliche Kalkulation geht von deutlich höheren Kosten als zunächst angenommen aus. Daher bittet der Verein eine Sportmarketingagentur um eine Prognose der zu erwartenden jährlichen Gäste.

Die Agentur prognostiziert die zukünftige jährliche Entwicklung der Besucherzahl gemäß der Funktion n mit der folgenden Gleichung:

$$n(t) = a - 3000 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t} \quad ; \quad a > 3.000$$

Die Funktion n gibt dabei die **momentane Änderungsrate** der jährlichen Besucherzahl an, wobei $t = 0$ der Eröffnungszeitpunkt der Wasserskianlage ist.

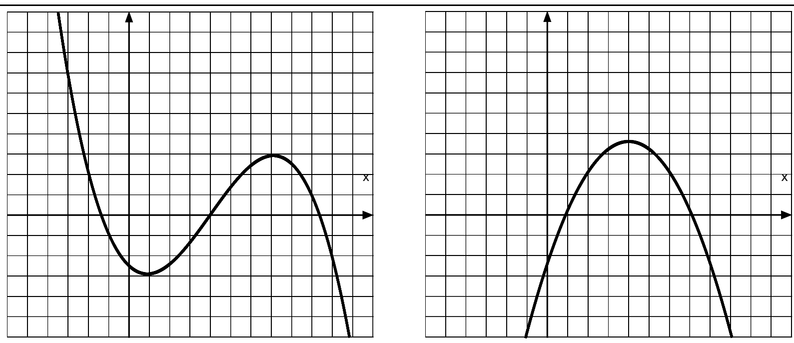
g) Interpretieren Sie den Parameter a der Gleichung sowie den entsprechenden Graphenverlauf im Sachzusammenhang,

Nunmehr wird der Parameter durch die Agentur auf $a = 5.000$ festgelegt. Eine Kostenrechnung ergab zudem, dass ab einer Besucherzahl von 5.000 die Anschaffungskosten der Sprunganlage durch die Eintrittspreise gedeckt sind.

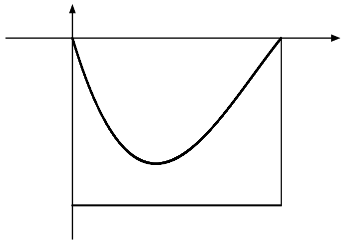
h) Ermitteln Sie, wie viele Monate nach der Eröffnung diese Besucherzahl erreicht werden wird.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A1

Unterrichtliche Voraussetzungen
Die erwartete Leistung der Prüflinge wird in einer hinreichend detaillierten Musterlösung vorgestellt. Dabei werden die ausgewählten Prüfungsinhalte vor dem Hintergrund der Lehrplanvorgaben schlüssig begründet. Die Aufteilung der BE in die drei Anforderungsbereiche (AFB I, II und III) sind vor dem Hintergrund der zu beschreibenden unterrichtlichen Lernvoraussetzungen und des durch die Aufgabenstruktur festgelegten Grades an Komplexität und Kompliziertheit zu begründen.

<table>
<tr><th>A1
Aufg. 1
oHiMi</th><th>Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.</th><th>AFB I</th><th>AFB II</th><th>AFB III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>w</th><th>f</th><th>Begründung</th></tr>
<tr><td>Die Tangentensteigung an der Stelle $x = 2$ beträgt -2.</td><td></td><td>X</td><td>Zeichnet man eine Tangente an der Stelle $x = 2$ ein, dann hat diese eine Steigung von ungefähr -1.</td></tr>
<tr><td>$\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(3) - f(3+\Delta x)}{\Delta x} = 0$</td><td>X</td><td></td><td>Der formale Ausdruck gibt den Grenzwert des Differenzenquotienten an, wenn der Abstand zwischen den beiden Punkten gegen Null strebt. Dies entspricht der Tangentensteigung und diese ist an der Stelle $x = 3$ hier Null.</td></tr>
<tr><td>$f(x) = -0{,}5(x-3)^2 + 1{,}5$</td><td></td><td>X</td><td>Der Faktor a vor der Klammer gibt unter anderem an, in welche Richtung die Parabel geöffnet ist. Wenn $a < 0$, muss die Parabel nach unten geöffnet sein, dies ist sie in der Graphik aber nicht.</td></tr>
</table>
</td><td>2
2
2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$q_a(x) = g(x)$
$x^2 + a = 2x - 1$
$0 = x^2 - 2x + 1 + a$
$\Rightarrow x_{\frac{1}{2}} = 1 \pm \sqrt{1 - 1 - a} = 1 \pm \sqrt{-a}$
$\Rightarrow$ für $a = 0$ gilt $x_1 = x_2$</td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>c)</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>d)</td><td>$s(x) = 2 \cdot sin \cdot \left(4\pi(x - 0{,}5)\right) + 1$; Aus den Parametern folgt:
WP(0,5|1); Periodenlänge: $p = \frac{2\pi}{b} = \frac{2\pi}{4\pi} = \frac{1}{2} = 0{,}5$. Ein Hochpunkt folgt eine viertel Periodenlänge nach dem Wendepunkt H_1(0,625|3); weitere drei Hochpunkte: H_2(-0,875/3); H_3(-0,375/3); H(0,125/3).</td><td></td><td>5</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2" align="right">Summe (20BE)</td><td>8</td><td>9</td><td>3</td></tr>
</table>

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A1

A1 Aufg. 2	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
a)	$u(x) = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{13}{3}x^2 - \frac{10}{3}x$; Maximale Länge Ost-West-Richtung: Abstand der ASP. Ansatz: $0 = -\frac{4}{3}x^3 + \frac{13}{3}x^2 - \frac{10}{3}x$ $\Rightarrow x_1 = 0, x_2 = 1{,}25$ und $x_3 = 2 \notin \mathbb{D}$; $x_2 - x_1 = 1{,}25$ km = 1250 m. Maximale Länge Nord-Süd-Richtung: Abstand x-Achse und TP Ansatz: $u'(x) = -4x^2 + \frac{26}{3}x - \frac{10}{3} = 0 \Rightarrow x_1 = 0{,}5$ *und* $x_2 = \frac{4}{3} \notin \mathbb{D}$ $u(0{,}5) = -0{,}75$; $0{,}75 \neq 0{,}8$. Die Angaben hinsichtlich der Ost-West-Richtung sind richtig, hinsichtlich der Nord-West-Richtung jedoch um 50 Meter zu lang.	3 3		
b)	 Gesamtfläche: $1 \cdot 1{,}25 = 1{,}25$ km² Wasserfläche: $\left\|\int_0^{1{,}25} \left(-\frac{4}{3}x^3 + \frac{13}{3}x^2 - \frac{10}{3}x\right) dx\right\| = 0{,}597$ km² Landfläche: 1,25 km² – 0,597 km² = 0,653 km²	1 1 1	2	
c)	Höhe des Absprungs: f(3) = 1,468 Absprungswinkel: $f'(x) = e^{-\frac{10}{9}x} \Rightarrow f'(3) = 0{,}0357$ $\tan(\alpha) = \|m\| \rightarrow \tan(\alpha) = 0{,}0357 \rightarrow \alpha = 2{,}043°$. Der Absprung erfolgt aus einer Höhe von ca. 1,5 m unter einem Winkel von ca. 2°.	1	3	
d)	Zwei Stellen kommen für Knickstellen in Frage: x = -1 hier gilt $h_1(-1) = 0$ daher eine stetige Funktion beim Wasserübergang und $h_1'(-1) = 0$ daher eine differenzierbare Funktion beim Wasserübergang und somit eine Knickfreie Stelle. x = 0 hier gilt $h_1(0) = 0{,}6 = h_2(0)$ daher eine stetige Funktion bei x=0 und $h_1'(0) = 1{,}2 \neq 1 = h_2'(0)$ daher eine nicht differenzierbare Funktion an dieser Stelle und somit eine Knickstelle. An der Knickstelle ändert sich die Auffahrt auf die Rampe ruckartig, dadurch wird der Sportler eventuell aus dem Gleichgewicht gebracht, daher sind solche Stellen auf Sprungrampen ungeeignet.	2 2	2	
	Übertrag	14	7	0

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A1

A1 Aufg. 2	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
	Übertrag	14	7	0
e)	1. Gleichung: Der Planer hat beschlossen, den Kurvenverlauf gegen Ende der Sprungschanze möglichst unverändert zu lassen, daher bleibt der Parameter a, der die Asymptote des Graphen darstellt, unverändert bei 1,5 und somit muss auch b = 0,9 gleich bleiben, damit an der Stelle x=0 keine Sprungstelle entsteht, einzig der Faktor k im Exponenten soll so verändert werden, dass an der Stelle x=0 die Funktion differenzierbar ist. 2. Gleichung: Hierzu wurde in der zweiten Zeile jeweils für beide Teilfunktionen die 1. Ableitung gebildet und für die Stelle x=0 gleichgesetzt. 3. Gleichung gibt die Lösung der 2. Gleichung an und stellt sicher, dass h(x) knickfrei ist.		4	
f)	Die quadratische Funktionsgleichung kann angepasst werden. Bedingung: Die Tangentialsteigung im OSP muss 1 sein und dieser muss den Funktionswert $f_1(0)=0{,}6$ haben. Daraus folgt b = 1 und c = 0,6 $\Rightarrow\ f_1(x) = a \cdot x^2 + x + 0{,}6$ Der einzige Koeffizient der somit noch bestimmt werden muss ist a, der Stauchungsfaktor der Parabel. Damit ein stetiger, knickfreier Übergang vom Wasser zur Sprungrampe gewährleistet ist, muss der TP der quadratischen Funktion weiterhin die Abszisse tangieren, da der Stauchungsfaktor jedoch geringer werden muss, damit die Parabel an der Stelle x=0 die geringere Steigung aufweist, muss der Tiefpunkt nach links verschoben werden, hierdurch wird die Rampe insgesamt länger.			6
g)	n(t) beschreibt wegen a > 3.000 ein beschränktes positiv exponentielles Wachstum. Die momentane jährliche Besucherzahl wird somit langfristig gegen a, dem Grenzwert der Funktion streben und somit den theoretischen Wert von a Besuchern pro Jahr annehmen.	2	2	
h)	$\int_0^T (5000 - 3000 \cdot e^{-0{,}4t})dt = 5.000 \ \Rightarrow [5000 \cdot t + 7500 \cdot e^{-0{,}4 \cdot t}]_0^T = 5000$ $5000 \cdot T + 7500 \cdot e^{-0{,}4 \cdot T} - 12500 = 0 \ \rightarrow \ T \approx 1{,}757$ Ca. 21 Monate nach der Eröffnung werden 5.000 Besucher die Anlage genutzt haben.		5	
	Summe (40 BE)	**16**	**18**	**6**

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A2

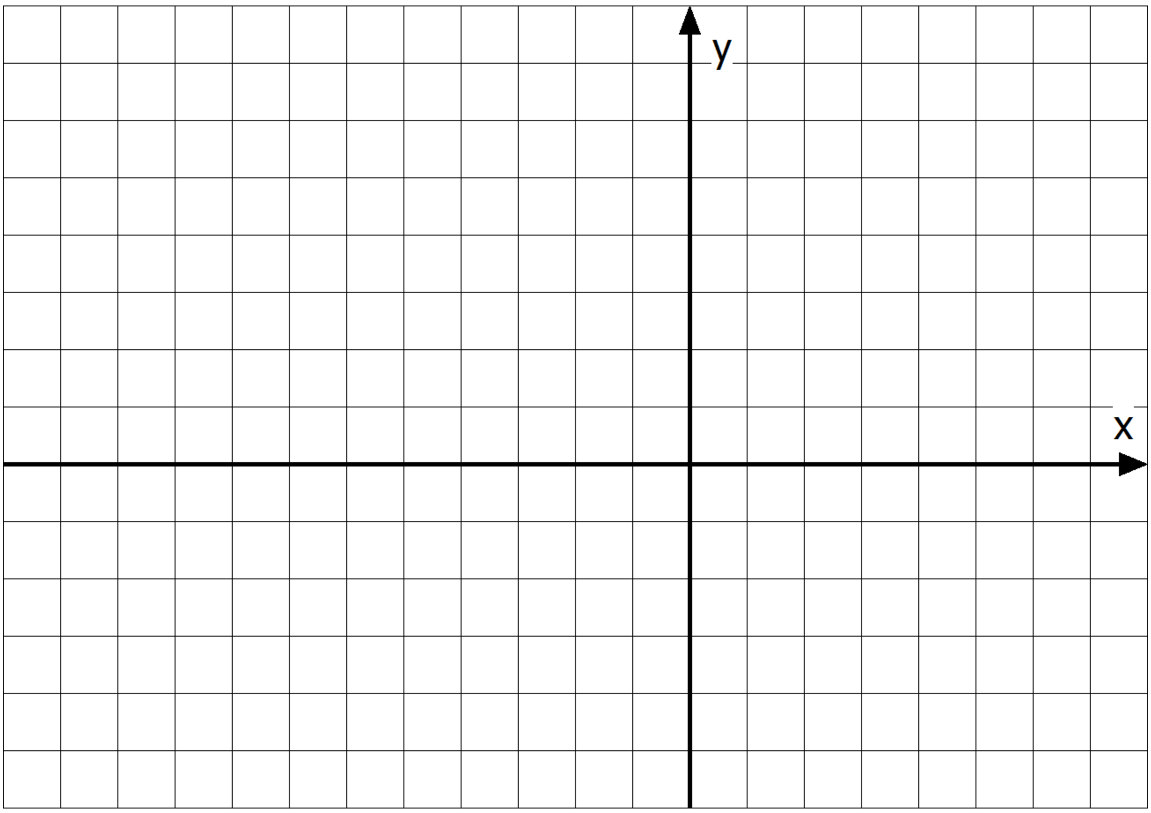
Aufgabe 1	**Innermathematischer Teil - oHiMi (Analysis)**

Teilaufgabe	a	b	c	d	Summe
Erreichbare Punkte	4	6	4	6	20
Erreichte Punkte					

a) Vom Graphen einer ganzrationalen Funktion f vierter Ordnung sind folgende Eigenschaften bekannt:

$$f'(-4) = 0 \ ; \ f''(-4) < 0 \ ; \ f(-3) = 0 \ ; \ f'(-1) > 0 \ ; \ f'(1) < 0$$

Skizzieren Sie einen möglichen Graphen der Funktion f.



b) Gegeben sind die Gleichungen der Funktionen r und s. Es gilt mit $x \epsilon$ þ

$$r(x) = -2x^3 + 6x^2 - 8x + 8$$
$$s(x) = -2x^3 + 6x^2$$

Es wird behauptet: "*Beide Graphen besitzen den identischen Wendepunkt $W(1|4)$ mit einer jeweils positiven Tangentensteigung.*"

Zeigen Sie, dass die Behauptung nicht richtig ist.

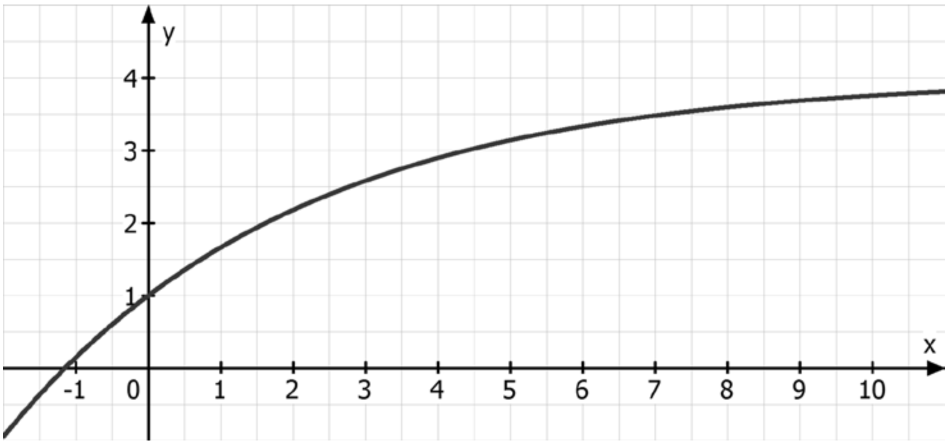
BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A2

c) Gegeben sind Parabeln, deren Verläufe durch die Funktion f_a mit der folgenden Gleichung beschrieben werden:

$$f_a(x) = (x-a)^2 \quad ; a, x \in \text{þ}$$

Ermitteln Sie den Scharparameter a so, dass der entsprechende Graph im ersten Quadranten mit den Koordinatenachsen eine Fläche von 9 Einheiten einschließt.

d) Nachfolgend ist der Graph einer Exponentialfunktion f im Bildausschnitt angegeben.



Entscheiden Sie durch Ankreuzen, welche der folgenden Aussagen wahr (w) bzw. falsch (f) sind und begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

Aussage	w	f	Begründung
Der Graph ist im gesamten Bildausschnitt rechtsgekrümmt.			
Die Funktionsgleichung zum Graphen lautet: $f(x) = 4 - e^{0,5 \cdot x}$			
$\int_2^5 f(x) \cdot dx > 7$			

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A2

Aufgabe 2	Fußballstadion

Teilaufgabe	a	b	c	d	e	f	g	h	i	Summe
Erreichbare Punkte	4	5	6	4	4	6	3	3	5	40
Erreichte Punkte										

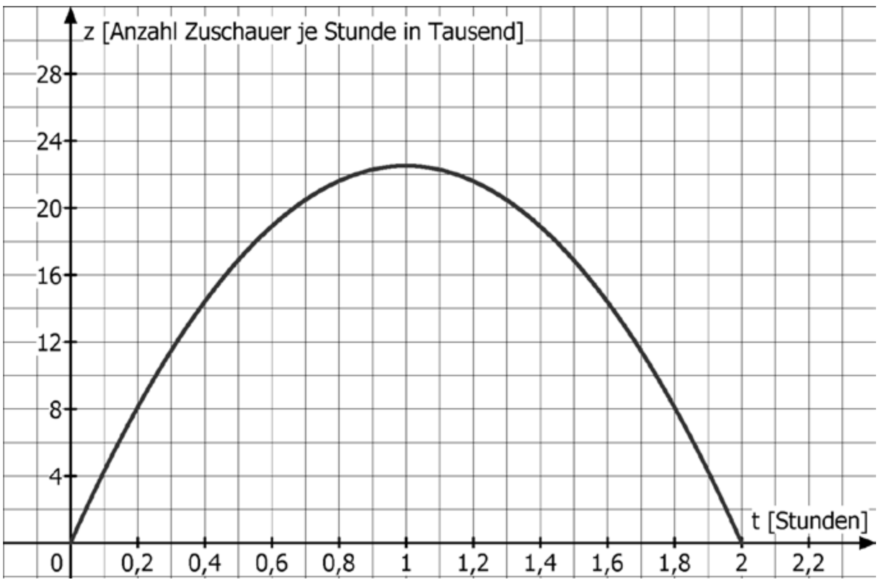
Bei der Organisation und Planung eines anstehenden Fußballbundesligaspiels sind viele Aspekte zu berücksichtigen. Ein wesentlicher Gesichtspunkt dabei ist die Steuerung der Zuschauerströme vor Spielbeginn, wenn die Zuschauer ins Stadion eingelassen werden und nach Beendigung des Spiels, wenn die Zuschauer das Stadion wieder verlassen.

Ein sportwissenschaftliches Institut hat für ein bestimmtes Stadion mit einem Fassungsvermögen von 30.000 Zuschauern auf der Basis der Erfahrungswerte der zurückliegenden Spiele eine Studie zur Modellierung des zu erwartenden Zuschauerstromes vorgenommen. Dabei sind die Wissenschaftler davon ausgegangen, dass der Einlass zwei Stunden vor Spielbeginn erfolgt und das Stadion "ausverkauft" ist, somit sämtliche Stadionplätze besetzt sein werden.

Die Modellrechnung ergab, dass der **Zuschauerstrom z als momentane Änderungsrate der Zuschauer**, die das Stadion zu einer bestimmten Zeit t betreten, durch die folgende Gleichung beschrieben werden kann.

$$z(t) = -22{,}5 \cdot t^2 + 45 \cdot t \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 2$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ erfolgt der Einlass in das Stadion. In der nachfolgenden Abbildung ist der zugehörige Graph dargestellt.

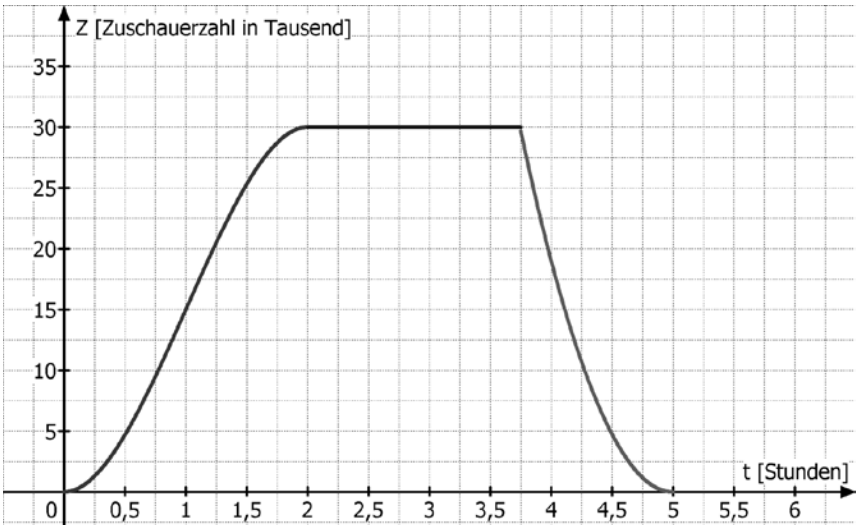


a) Berechnen Sie die Koordinaten des Hochpunktes des Graphen und interpretieren Sie diese im Sachzusammenhang.

b) Zeigen Sie, dass der Modellansatz ein ausverkauftes Stadion simuliert

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag A2

Die Studie modellierte weiterhin die Zuschauerzahl während des Einlasses in das Stadion, während des Fußballspieles und beim Verlassen des Stadions. Die folgende Abbildung stellt die **Zuschaueranzahl *Z***, die sich zu einem bestimmten Zeitpunkt im Stadion befinden, graphisch dar.



c) Beschreiben Sie den Graphenverlauf im Sachzusammenhang.

Zur formalen Beschreibung des obigen Graphen gehen die Mitarbeiter von folgender Funktionsgleichung aus:

$$Z(t) = \begin{cases} -7{,}5t^3 + 22{,}5t^2 & 0 \leq t \leq 2 \\ a & 2 < t < 3{,}75 \\ b(t-c)^2 & 3{,}75 \leq t \leq 5 \end{cases}$$

d) Begründen Sie, wie die Mitarbeiter zu der angegebene Gleichung für $0 \leq t \leq 2$ gelangt sind.

e) Untersuchen Sie, wie viel Minuten vor Beginn des Spiels sich mehr als drei Viertel aller Zuschauer im Stadion befinden und auf den Beginn des Spiels warten.

f) Ermitteln Sie die Koeffizienten a, b und c der Funktion Z.

g) Beurteilen Sie, ob der Modellansatz zur Beschreibung des Zuschauerstroms als problemgerecht angesehen werden kann.

Unter den Mitarbeitern des Instituts wird diskutiert, ob der **Zuschauerstrom in der Zeit *z*** nicht durch die folgende **Sinusfunktion z_S** problemgerechter zu beschreiben wäre.

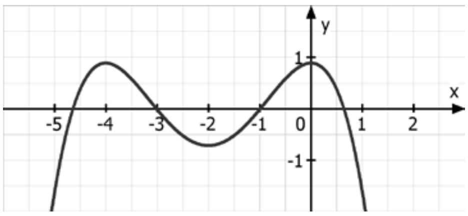
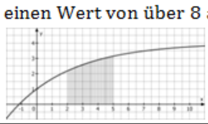
$$z_S(t) = \frac{45}{2} \cdot sin\left(\frac{1}{2}\pi \cdot t\right) \;; 0 \leq t \leq 2.$$

h) Erläutern Sie die Bedeutung der Koeffizienten der Funktion im Sachzusammenhang.

i) Beurteilen Sie abschließend, welche der beiden vorgestellten Funktionen zur Beschreibung des Zuschauerstromes in das Stadion am problemgerechtesten ist.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A2

Unterrichtliche Voraussetzungen
Die erwartete Leistung der Prüflinge wird in einer hinreichend detaillierten Musterlösung vorgestellt. Dabei werden die ausgewählten Prüfungsinhalte vor dem Hintergrund der Lehrplanvorgaben schlüssig begründet. Die Aufteilung der BE in die drei Anforderungsbereiche (AFB I, II und III) sind vor dem Hintergrund der zu beschreibenden unterrichtlichen Lernvoraussetzungen und des durch die Aufgabenstruktur festgelegten Grades an Komplexität und Kompliziertheit zu begründen.

<table>
<tr><th>A2
Aufg. 1
oHiMi</th><th>Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.</th><th>AFB
I</th><th>AFB
II</th><th>AFB
III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>
</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Es gilt: $r''(x) = s''(x) = -12x + 12$; Die Nullstellen $x_W = 1$ der zweiten Ableitungen sind somit identisch. Mit r(1) = s(1) = 4 besitzen beide Graphen ihren Wendepunkt in W(1|4).
Wg. r´(1)=-2 und s´(1)=6 besitzen die Tangentensteigungen in W jedoch unterschiedliche Vorzeichen. Die Aussage ist falsch.</td><td>3</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\int_0^a (x^2 - 2ax + a^2)dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - ax^2 + a^2x\right]_0^a = \frac{1}{3}a^3 = 9 \Rightarrow a = 3$</td><td>1</td><td></td><td>3</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>
<table>
<tr><th>Aussage</th><th>w</th><th>f</th><th>Begründung</th></tr>
<tr><td>Der Graph ist im gesamten Bildausschnitt rechtsgekrümmt.</td><td>X</td><td></td><td>Rechtskrümmung ($f''(x) < 0$) liegt vor, da mit zunehmenden x-Werten die Zuwächse der Änderungsraten abnehmen.</td></tr>
<tr><td>Die Funktionsgleichung zum Graphen lautet:
$f(x) = 4 - e^{0,5 \cdot x}$</td><td></td><td>X</td><td>Es gilt z. B. $f(0) = 3$; lt. Grafik liegt der Ordinatenschnittpunkt aber bei (0|1)</td></tr>
<tr><td>$\int_2^5 f(x) \cdot dx > 7$</td><td>X</td><td></td><td>Das Auszählen ergibt ca. 33 Kästchen, so dass der Integralwert (als Fläche unterhalb der Kurve gedeutet) einen Wert von über 8 annehmen muss.
</td></tr>
</table>
</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2" align="right">Summe (20 BE)</td><td>8</td><td>9</td><td>3</td></tr>
</table>

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A2

A2 Aufg. 2	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
a)	Hochpunkt $H(1\|22{,}5)$ berechnen (z. B. über Scheitelpunktform, Differentialkalkül, ...). Genau eine Stunde nach dem Einlass (bzw. genau eine Stunde vor Spielbeginn) betreten momentan 22.500 Zuschauer pro Stunde das Stadion.	3	1	
b)	$\int_0^2(-22{,}5\cdot t^2+45\cdot t)dt=[-7{,}5\cdot t^3+45\cdot t^2]_0^2=30$. Somit befinden sich zu Beginn des Spiels 30.000 Zuschauer im Stadion, was dem Fassungsvermögen entspricht.	3	2	
c)	In der ersten Stunde nach dem Einlass nimmt die Zuschauerzahl im Stadion überproportional und in der zweiten Stunde unterproportional zu. Während des Spiels (einschließlich der Pause) geht der Modellansatz davon aus, dass alle Zuschauer im Stadion verweilen. Nach Spielende verlassen die Zuschauer zügig innerhalb von 75 Min. das Stadion.	4	2	
d)	Die Gleichung gibt die Bestandfunktion $Z(t)$ zur Änderungsratenfunktion an (Rechnung vgl. b). Da der Einlass zum Zeitpunkt $t=0$ erfolgt, muss gelten $Z(0)=0$.	1	3	
e)	$-7{,}5\cdot t^3+45\cdot t^2=22{,}5\ \Rightarrow t_1\approx 1{,}347$. (Lösung mit Hilfe der Taschenrechnerfunktion). Weitere Lösungen liegen nicht im Definitionsbereich. Ca. 39 Minuten vor Beginn des Spiels befinden sich 22.500 Zuschauer im Stadion.	2	2	
f)	$a=30$; $c=5$ (Scheitelstelle der Parabel) ; Wegen $\mathrm{Z}_3(3{,}75)=30$ folgt: $\mathrm{b}\cdot(3{,}75-5)^2=30\ \Rightarrow\ \mathrm{b}=19{,}2$	2	2 2	
g)	In Anlehnung an Teilaufgabe c kann das Modell als Abbild der Realität angesehen werden. Es wird berücksichtigt, dass das Stadion ausverkauft ist. Eine abschnittsweise definierte Funktion stellt u. a. sicher, dass im Mittelteil eine Konstante angegeben wird, die während des Spiels einen Zuschauerstrom von Null sicherstellt. Die dargestellten Zuschauerströme beim Einlass bzw. beim Verlassen des Stadions sind zudem plausibel.		3	
h)	Da keine vertikale bzw. horizontale Verschiebung vorliegt, besitzt der Graph im Koordinatenursprung einen Wendepunkt. Somit nimmt die Auslenkung den Wert 45 und die Amplitude den Wert $\frac{45}{2}$ an. Sie kann dann als maximaler momentaner Zuschauerstrom interpretiert werden. Die Phasenlänge beträgt $l=\frac{2\pi}{0{,}5\pi}=4$. Die halbe Phasenlänge beschreibt somit die Zeit des Einlasses ins Stadion.	0,5 0,5	1 1	
	Übertrag	16	19	0

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag A2

A2 Aufg. 2	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
	Übertrag	16	19	0
i)	Beide Graphen besitzen die identischen Abszissenschnittpunkte und den gleichen Hochpunkt, mit den entsprechenden Interpretationen. Allerdings zeigt der Ansatz $\int_0^2 \left[22{,}5 \cdot sin\left(\frac{1}{2}\pi \cdot t\right)\right] \cdot dt = \left[-11{,}25 \cdot cos\left(\frac{1}{2}\pi\right)\right]_0^2 \cong 28.648,$ dass im zweiten Modell von einer Zuschauerzahl von ca. 28.648 ausgegangen wird, so dass das Stadion hier nicht ausverkauft ist. Ob die Bedingung eines ausverkauften Stadions aufrechterhalten werden soll, obliegt einer individuellen Bewertung.			5
	Summe (40 BE)	**16**	**19**	**5**

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B1

Aufgabe 1	**Innermathematischer Teil - oHiMi (Stochastik)**

Teilaufgabe	a	b	c	d	Summe
Erreichbare Punkte	5	4	5	6	20
Erreichte Punkte					

a) In einer Urne (Gefäß) befinden sich 49 Kugeln, die mit den Zahlen 1 bis 49 beschriftet sind. Zufällig wird eine Kugel gezogen.

Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit der Ereignisse A und B.

A: „Eine gerade Zahl wird gezogen“ $P(A) =$ ______________

B: „Eine Zahl mit der Quersumme 11 wird gezogen“ $P(B) =$ ______________

Formulieren Sie im Sachzusammenhang die Ereignisse, für die gilt:

C ist das Komplementärereignis von A.

C: „____“

D ist ein unmögliches Ereignis

D: „____“

E: {8,16,24,32,40,48}

E: „____“

b) Die folgende Tabelle stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsgröße X mit den Parametern $a, k \in$ þ dar.

$X = x$	-1	0	4	k
$P(X = x)$	a	$0{,}2$	$0{,}4$	$0{,}1$

Begründen Sie, dass gilt: $a = 0{,}3$.

Ermitteln Sie, für welchen Wert von k gilt: $E(X) = 2{,}5$.

c) X ist eine binomialverteilte Zufallsvariable mit der Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0{,}5$ und der Länge n. Ihr Erwartungswert $E(x)$ beträgt 10.

Bestimmen Sie n.

Zeigen sie, dass es kein p gibt, für welches die Varianz größer ist als für $p = 0{,}5$.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B1

d) Nebenstehend ist Ihnen die Häufigkeitsverteilung eines Merkmals X graphisch dargestellt.

Entscheiden Sie begründet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

Entscheiden und begründen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr (w) bzw. falsch (f) sind.

Aussage	w	f	Begründung
Der Modus des Merkmals X nimmt den Wert 36% an.			
$n = 13$			
Mit der Formel $s^2 = \sum_{i=1}^{5} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$ wird die Varianz für die abgebildete Häufigkeitsverteilung ermittelt.			

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B1

Aufgabe 3 Absentismus

Teilaufgabe	a	b	c	d	e	f	g	h	i	Summe
Erreichbare Punkte	4	5	2	7	6	3	6	2	5	40
Erreichte Punkte										

Absentismus, das Fernbleiben vom Unterricht, ist der Hauptgrund für das Nichterreichen eines angestrebten Schulabschlusses. Daher wird dem Absentismus eine besondere Bedeutung beigemessen, in Schulen erfasst und von den Lehrern kontrovers diskutiert.

Eine Klassenlehrerin hat für ihre Klasse K1 nebenstehende Tabelle erstellt, aus der hervorgeht wie häufig die entsprechende Anzahl fehlender Schüler pro Tag im Klassenbuch während eines Monats (20 Tage) festgehalten wurde.

Anzahl fehlender Schüler pro Tag	Häufigkeit
0	5
1	8
2	3
3	2
4	0
5	2
6	1
7	2
8	1
Gesamttage	**20**

a) Berechnen Sie, wie viele Schüler im Mittel pro Tag gefehlt haben.

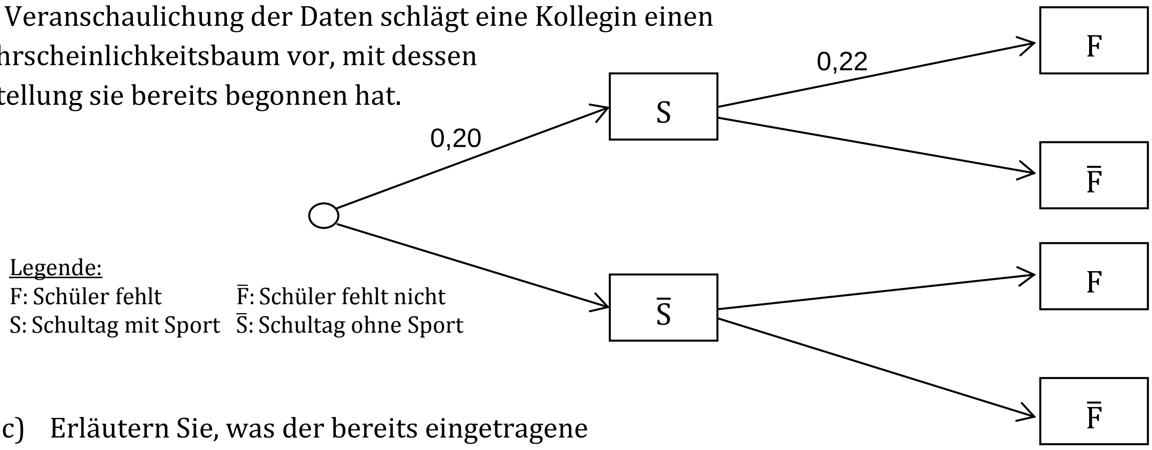
Für die Parallelklasse K2 liegt der Median der Anzahl der fehlenden Schüler pro Tag bei drei.

b) Erläutern Sie in vergleichender Weise, welche Interpretation die Mediane der beiden Klassen zulässt.

Die Sportlehrer glauben, dass Schüler besonders häufig fehlen, wenn an einem Schultag Sportunterricht stattfindet. Daher wurden die Fehlzeitenstatistiken aller Klassen zusammengetragen und folgende Wahrscheinlichkeiten empirisch ermittelt:

An einem sportfreien Schultag fehlt ein beliebiger Schüler mit einer Wahrscheinlichkeit von 15 %, an einem Schultag mit Sport auf dem Stundenplan beträgt die Wahrscheinlichkeit hingegen 22 %.

Zur Veranschaulichung der Daten schlägt eine Kollegin einen Wahrscheinlichkeitsbaum vor, mit dessen Erstellung sie bereits begonnen hat.



c) Erläutern Sie, was der bereits eingetragene Wert 0,2 im Sachkontext aussagt.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B1

d) Untersuchen Sie den Wahrscheinlichkeitsbaum, indem Sie

- den Baum um sämtliche Wahrscheinlichkeiten vervollständigen.
- ermitteln, mit welcher Wahrscheinlichkeit mit der Anwesenheit eines beliebigen Schülers in der Schule an einem beliebigen Tag zu rechnen ist.

Andere Lehrer behaupten, dass die Fehlwahrscheinlichkeit in einem viel stärkeren Maße von der Länge des Schultages als vom stattfindenden Sportunterricht stochastisch abhängig ist. Hierzu liegt folgende Tabelle vor:

Empirische Wahrscheinlichkeit	4 Std - Tag	6 Std – Tag	8 Std – Tag	Gesamt
Schüler fehlt	0,024	0,06	0,08	0,164
Schüler fehlt nicht	0,076	0,54	0,22	0,836
Gesamt	0,100	0,60	0,30	1,000

e) Beurteilen Sie, auf der Grundlage eigener Berechnungen, inwieweit die Fehlwahrscheinlichkeit tatsächlich in einem viel stärkeren Maße von der Länge des Schultages als vom stattfindenden Sportunterricht abhängig ist.

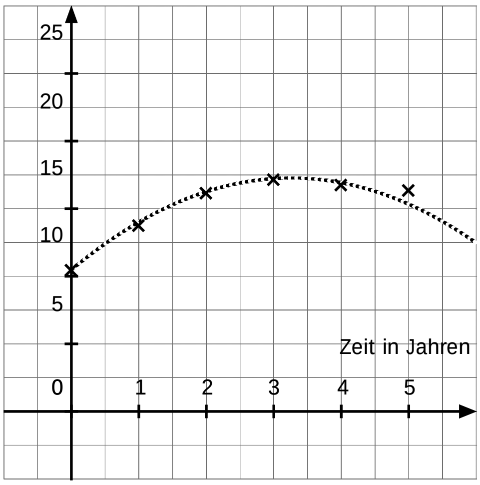
Aufgrund von Bauarbeiten muss die Klasse K1 mit 26 Schülern am kommenden Schultag in einen anderen Klassenraum wechseln. Hier sind jedoch momentan nur 24 Sitzplätze vorhanden.

Der Mathematiklehrer behauptet, dass man die Anzahl der fehlenden Schüler als binomialverteilte Zufallsvariable mit der Erfolgswahrscheinlichkeit von 0,164 (vgl. Tabelle der Vorseite) betrachten kann.

f) Begründen Sie, inwieweit die Anzahl der fehlenden Schüler tatsächlich als binomialverteilte Zufallsvariable betrachtet werden kann.

g) Berechnen Sie - unter der Annahme, dass die Anzahl der fehlenden Schüler tatsächlich eine binomialverteilte Zufallsvariable ist - mit welcher Wahrscheinlichkeit von den 26 Schülern, die morgen den Raum wechseln müssen…

- … kein Schüler fehlen wird.
- … höchstens ein Schüler fehlen wird.
- … mehr als zwei Schüler fehlen werden.



Die Fehlwahrscheinlichkeiten wurde in den letzten Jahren wie nebenstehend dokumentiert.

Einige Lehrer sind der Meinung, dass sich hieraus eine positive Zukunftsprognose ableiten lässt, da die Punkte sich sehr gut durch den Graphen der Funktion f mit der Gleichung

$$f(x) = -0{,}638(x - 3{,}27)^2 + 17{,}3$$

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B1

annähern lassen, wobei $f(x)$ die Fehlwahrscheinlichkeit in % und x die Zeit in Jahren angibt. Der aktuelle Zeitpunkt entspricht dem Wert $x = 5$.

h) Geben Sie an, vor wie langer Zeit laut der Funktion f die höchste Fehlwahrscheinlichkeit überschritten wurde.

i) Beurteilen Sie, inwieweit die Funktion f geeignet scheint,

- den empirischen Zusammenhang zu beschreiben.
- die Zukunft zu prognostizieren.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B1

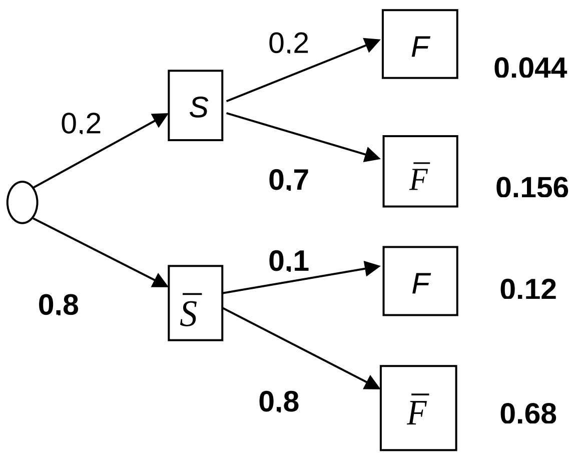
Unterrichtliche Voraussetzungen
Die erwartete Leistung der Prüflinge wird in einer hinreichend detaillierten Musterlösung vorgestellt. Dabei werden die ausgewählten Prüfungsinhalte vor dem Hintergrund der Lehrplanvorgaben schlüssig begründet. Die Aufteilung der BE in die drei Anforderungsbereiche (AFB I, II und III) sind vor dem Hintergrund der zu beschreibenden unterrichtlichen Lernvoraussetzungen und des durch die Aufgabenstruktur festgelegten Grades an Komplexität und Kompliziertheit zu begründen.

B1 Aufg. 1 oHiMi	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
a)	• P(A) = 24/49 • P(B) = 3/49 • C: „Eine ungerade Zahl wird gezogen“ • D: „Die 50 wird gezogen“ • E: „Eine vielfache Zahl von 8 wird gezogen“	5		
b)	• Die Bedingung einer Wahrscheinlichkeitsverteilung lautet: $\sum_i P(X_i) = 1$ mit $P(X_i) \geq 0 \; \forall X_i$ $\Rightarrow a + 0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}1 = 1 \;\; \Rightarrow a = 0{,}3$ • Der Erwartungswert berechnet sich wie folgt: $2{,}5 = 0{,}3 \cdot (-1) + 0{,}2 \cdot 0 + 0{,}4 \cdot 4 + 0{,}1 \cdot k$ $2{,}5 = 1{,}3 + 0{,}1 \cdot k$ $12 = k$	1	3	
c)	• Der Erwartungswert berechnet sich wie folgt: $E(X) = n \cdot p$ $10 = n \cdot 0{,}5 \quad \Rightarrow n = 20$ • Maximum der Varianz von X $Var(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$ $Var(X) = 20 \cdot p - 20 \cdot p^2$ Notwendige Bedingung: $Var'(p) = 0$ $Var'(p) = -40 \cdot p + 20$ $0 = -40 \cdot p + 20 \Rightarrow p = 0{,}5$ Hinreichende Bedingung für ein Maximum: $Var''(p) < 0$ $Var''(p) = -40 < 0$ d. h. für p = 0,5 wird die Varianz maximal, zudem ist VAR(p) eine quadratische Funktion, bei der das lokale Maximum immer auch ein globales ist, somit gibt es kein p, für das die Varianz größer ist.		2	3
	Übertrag	6	5	3

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B1

B1 Aufg. 1 oHiMi	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
	Übertrag	6	5	3
d)	**Aussage:** Der Modus des Merkmals X nimmt den Wert 36% an. **w:** **f:** X **Begründung:** Der Modus von X ist 4, da dies die Merkmalsausprägung ist, die am relativ häufigsten vorkommt.	2		
	Aussage: $n = 13$ **w:** **f:** X **Begründung:** Da die kumulierten Häufigkeiten von $x_1=0$ bis $x_3=2$ genau 50% ergeben, muss n gerade sein		2	
	Aussage: Mit der Formel $s^2 = \sum_{i=1}^{5}(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$ wird die Varianz für die abgebildete Häufigkeitsverteilung ermittelt. **w:** **f:** X **Begründung:** Es gibt 6 verschiedene Merkmalsausprägungen, daher muss i von 1 bis 6 laufen.		2	
	Summe (20 BE)	**8**	**9**	**3**

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B1

B1 Aufg. 3	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
a)	$\bar{x} = \frac{8+6+6+10+6+14+8}{20} = 2,9$ Im Mittel fehlen jeden Tag 2,9 Schüler.	4		
b)	In einer sortierten Liste der realisierten Merkmalsausprägungen stellt der Median die Mitte dar, er teilt die Liste in zwei exakt gleich große Hälften. Für K1 gilt: $x_{0,5}=1$ Somit besagt der Median, dass die Hälfte der Tage in der Klasse K2 höchstens 3 Schüler und in der Klasse K1 höchstens 1 Schüler gefehlt haben, die andere Hälfte der Tage waren es entsprechend mindestens 3 bzw. 1 Schüler, die gefehlt haben.	2	3	
c)	0,2 besagt, dass an 20% der Tage, also an einem Tag pro Schulwoche, Sport stattfindet.	2		
d)	 $P(\bar{F}) = P(\bar{F}\|S)\cdot P(S) + P(\bar{F}\|\bar{S})\cdot P(\bar{S})$ $P(\bar{F}) = 0,78\cdot 0,2 + 0,85\cdot 0,8 = 0,836$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von 83,6% ist ein beliebiger Schüler an einem beliebigen Schultag anwesend.	4	3	
e)	Stochastische Abhängigkeit "Sport": P(F)=0,164 und P(F|S)=0,22. Stochastische Abhängigkeit "Länge": P(F)=0,164 und P(F|4)=0,24 sowie P(F|8)=0,27. Die "Länge des Schultages" beeinflusst das Fehlen tatsächlich stärker als der Sportunterricht, allerdings nicht in eindeutiger Richtung, sondern eher in der Weise, dass Schultage, die länger als 6 Stunden sind (evtl. zu anstrengend) als auch Tage die kürzer als 6 Std. sind (evtl. weil es sich für Schüler als nicht lohnend erscheint) über eine höhere Fehlwahrscheinlichkeit verfügen.		2	2
	Übertrag	12	8	2

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B1

B1 Aufg. 3	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
	Übertrag	12	8	2
e)	Fortsetzung zu Teilaufgabe e) Wird angenommen, dass die Ereignisse "Sport" und "Tageslänge" selbst voneinander stochastisch unabhängig sind, gibt es tatsächlich einen stärkeren Zusammenhang zwischen "Tageslänge" und "Fehlzeiten" als zwischen "Sport" und "Fehlzeiten".			2
f)	Wenn man n Schüler dahingehend untersucht, ob sie anwesend oder fehlend sind, handelt es sich um eine n-stufige Bernoulli-Kette, da das Einzelexperiment nur zwei Ergebnisse hat: Erfolg (Schüler fehlt) und Misserfolg (Schüler fehlt nicht). Die Anzahl der fehlenden Schüler ist ganzzahlig, somit ist die Zufallsvariable abzählbar, mithin diskret. Zuletzt gilt es die Frage der stochastischen Abhängigkeit zu klären: Ist das Fehlen eines Schülers unabhängig vom Fehlen eines anderen Schülers. Dies ist nicht uneingeschränkt der Fall. Einige Ursachen des Fehlens eines Schülers beeinflussen auch das Fehlen eines anderen Schülers, z. B. eine ansteckende Krankheit, ein Busausfall oder das gemeinsame Schwänzen aufgrund von Freundschaft. Deshalb kann nur unter Einschränkungen davon ausgegangen werden, dass die Anzahl der fehlenden Schüler binomialverteilt ist.		3	
g)	X ist binomialverteilt mit n = 26 und p = 0,164 • $P(k=0)=\binom{26}{0}\cdot 0{,}164^0\cdot 0{,}836^{26}\approx 0{,}0095$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 1% wird morgen keiner der Schüler fehlen.	2		
	• $P(k\le 1)=\sum_{k=0}^{1}\binom{26}{k}\cdot 0{,}164^k\cdot 0{,}836^{26-k}\approx 0{,}0579$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 6% wird morgen höchstens ein der Schüler fehlen.	1	1	
	• $P(k\ge 3)=\sum_{k=3}^{26}\binom{26}{k}\cdot 0{,}164^k\cdot 0{,}836^{26-k}\approx 0{,}8234$ Mit einer Wahrscheinlichkeit von ca. 82% werden morgen mehr als 2 Schüler fehlen.	1	1	
h)	$f(x)=-0{,}638(x-3{,}27)^2+17{,}3$ Aus der Funktionsgleichung kann der Scheitelpunkt abgelesen werden: Scheitelpunkt (3,27 | 17,3)		1	
	Die höchste Fehlwahrscheinlichkeit von 17,3 % wurde also vor 1,73 Jahren erreicht.		1	
	Übertrag	16	15	4

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B1

B1 Aufg. 3	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
	Übertrag	16	15	4
i)	Die Funktion f beschreibt die empirischen Daten der Vergangenheit recht gut, da viele Punkte nahezu auf der Kurve der Funktion liegen. Bereits in diesem Jahr jedoch weicht die Fehlwahrscheinlichkeit der Funktion (f(5)=15,39) um einen Prozentpunkt von der tatsächlichen Fehlwahrscheinlichkeit von 16,4 ab. Eine Prognose für die Zukunft ist nicht möglich, insbesondere, da die Fehlwahrscheinlichkeit von vielen Pädagogischen Maßnahmen beeinflusst werden kann, jedoch nicht unmittelbar von der Zeit abhängig ist. Werden diese Maßnahmen nicht weiter geführt oder ändert sich sonst etwas, was das Fehlen kausal beeinflusst, kann die Fehlwahrscheinlichkeit im nächsten Jahr bereits wieder steigen oder auch sprunghaft sinken.		2	3
	Summe (40 BE)	**16**	**17**	**7**

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B2

Aufgabe 1	**Innermathematischer Teil - oHiMi (Lineare Algebra/Stochastik)**

Teilaufgabe	a	b	c	d	Summe
Erreichbare Punkte	7	5	4	4	20
Erreichte Punkte					

a) Gegeben sind die folgenden Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & y \\ x & 1 & 1 \\ -4 & 1 & z \end{pmatrix} \;;\; B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & k \end{pmatrix} \;;\; C = \begin{pmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{pmatrix} \;;\; D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind.

<u>Hinweis</u>: Für jedes richtige Kreuz gibt es einen Punkt, für jedes falsche Kreuz gibt es null Punkte, nicht angekreuzte Zeilen bleiben neutral (null Punkte).	wahr	falsch
$C^3 - C = \begin{pmatrix} 24 & 24 \\ 24 & 24 \end{pmatrix}$		
Die Matrix D^2 ist nicht definiert.		

Geben Sie die Werte der Elemente $x, y, z \in$ þ so an, dass gilt: $\mathbf{A} = \mathbf{A}^{\mathbf{T}}$.

$x =$ _______ ; $y =$ _______ ; $z =$ _______

Untersuchen Sie, für welches k ∈ þ die Inverse zur Matrix B existiert.

b) Gegeben ist das folgende Lineare Gleichungssystem mit dem Parameter t ∈ þ und den Variablen x, y ∈ þ:

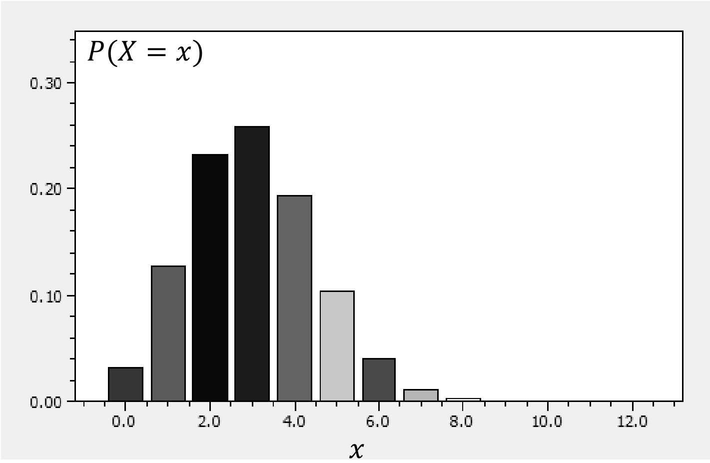
$$\begin{pmatrix} 1 & t \\ -t & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10 \\ 28 \end{pmatrix}$$

Prüfen Sie, ob es ein t gibt, für das gilt: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Beweisen Sie, dass das Gleichungssystem stets eindeutig lösbar ist.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B2

c) Von einer binomialverteilten Zufallsvariable X mit den Parametern n und p ist die zugehörige Wahrscheinlichkeitsverteilung graphisch dargestellt.



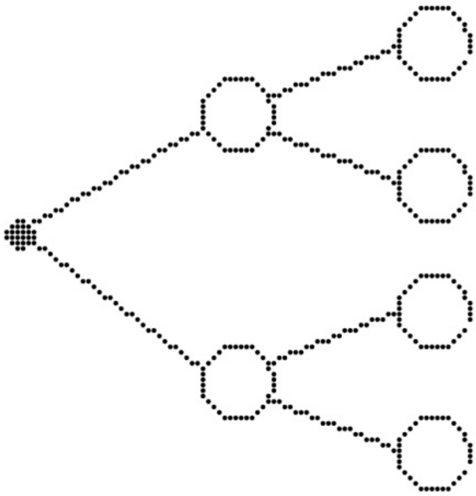
Ermitteln Sie näherungsweise $P(2 < x \leq 5)$.

Untersuchen Sie, ob für die Parameter $n = 8$ und $p = \frac{1}{4}$ angenommen werden können.

d) In einer Urne befinden sich folgende Kugeln: ②②①①①.

Nunmehr werden zufällig nacheinander zwei Kugeln der Urne entnommen und jeweils in einem Behälter abgelegt. Die Zufallsgröße X beschreibe die Summe aus den beiden gezogenen Kugeln.

Ermitteln Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X.
(Verwenden Sie ggf. zur Lösungsfindung das nachfolgende Baumdiagramm)



BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B2

Aufgabe 3	**Baumarkt**

Teilaufgabe	a	b	c	d	e	f	g	Summe
Erreichbare Punkte	8	5	6	2	6	6	7	40
Erreichte Punkte								

Im Sortiment des Baumarktes "Bau+Haus" werden u. a. zwei Arten von Vogelhäuschen (V1 und V2) in Eigenbauweise angeboten. Den Bauanleitungen kann entnommen werden, dass jedes Vogelhäuschen aus drei verschieden starken Profilbrettern (P1, P2 und P3) besteht, die zuerst zu zwei Zwischenkonstruktionen (Z1 und Z2) zusammengefügt werden. Abschließend werden die zwei Zwischenkonstruktionen zu einem Vogelhäuschen zusammengeschraubt. In den Bauanleitungen sind die zwei nachstehenden Tabellen abgedruckt, die die Mengeneinheiten angeben, die von den jeweiligen Profilbrettern für die Zwischenprodukte bzw. von den Zwischenprodukten zur Fertigstellung der beiden Vogelhäuschen benötigt werden.

Tabelle 1

	Z_1	Z_2
P_1	12	6
P_2	8	4
P_3	10	0

Tabelle 2

	V_1	V_2
Z_1	1	1
Z_2	2	3

Ein Mitarbeiter der Einkaufsabteilung des Baumarktes hat im Rahmen der innerbetrieblichen Kostenrechnung auf der Basis der Bauanleitungen folgenden mathematischen Ansatz formuliert:

$$C = \begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 8 & 4 \\ 10 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 24 & 30 \\ 16 & 20 \\ 10 & 10 \end{pmatrix}.$$

a) Bearbeiten Sie diesen vorgelegten Ansatz, in dem Sie

- begründen, warum die Matrix C mathematisch definiert ist.
- anhand eines Elementes der Matrix C zeigen, dass die Matrix C korrekt berechnet wurde.
- die Matrix C im Sachzusammenhang interpretieren.

Der Baumarkt kauft die Profilbretter für ein Stück von P_1 für 20 Cent, für ein Stück von P_2 für 10 Cent und für ein Stück von P_3 für 15 Cent ein.

b) Ermitteln Sie jeweils für die beiden Vogelhäuschen die Kosten des Einkaufs der benötigten Profilbretter.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B2

Ein Kindergarten möchte für ihren Weihnachtsmarkt beide Vogelhäuschen V_1 und V_2 verkaufen, um somit Geld für ein neues Klettergerüst einzusammeln. Der Baumarkt hat sich bereit erklärt, die Zwischenkonstruktionen kostenfrei herzustellen und an den Kindergarten zu übergeben. Der folgende Vektor gibt die Lagerbestände der jeweiligen Profilbretter an, die für die Zwischenkonstruktionen zur Verfügung stehen.

$$\begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 200 \\ 160 \\ 200 \end{pmatrix}$$

c) Ermitteln Sie, wie viele Zwischenkonstruktionen Z_1 und Z_2 mit dem gesamten Lagerbestand höchstens hergestellt werden könnten.

Die Marketingabteilung des Baumarktes hat für das gesamte Unternehmen eine Standortanalyse durchgeführt. Hieraus ergab sich, dass der Baumarkt in seinem Einzugsgebiet von 10.000 potenziellen handwerklichen Baumarktkunden (Schlossereien, Tischler, Schreiner, etc.) ausgehen kann, die sich beim Kauf an Werbeaktionen, Preisen und der Qualität der Produkte orientieren. Die jährliche Wanderungsbereitschaft dieser Handwerkskunden zwischen den drei großen vor Ort befindlichen Baumarktketten wurde durch folgende Tabelle dargestellt:

	von Bau+Haus	von Flexibau	von Ideba
zu Bau+Haus	0,5	0,2	0,1
zu Flexibau	0,2	0,6	0,3
zu Ideba	0,3	0,2	0,6

Ein Mitarbeiter der Marketingabteilung argumentiert: "*Die vorliegende Tabelle kann nicht als eine stochastische Matrix aufgefasst werden, weil die Zeilensumme jeder Zeile nicht den Wert 1 annimmt.*"

d) Bewerten Sie diese Aussage.

Für das zu Ende gehende Geschäftsjahr 2013 geht die Baumarktkette "Bau+Haus" aufgrund der Marktanalyse von folgender Verteilung der Handwerkskunden auf die drei Baumärkte aus:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} \text{Bau + Haus} \\ \text{Flexibau} \\ \text{Ideba} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.600 \\ 3.900 \\ 3.500 \end{pmatrix}$$

e) Untersuchen Sie, wie sich die Marktsituation bei den Handwerkskunden für Bau und Haus im Laufe des Jahres 2013 verändert hat.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik	Vorschlag B2

Die Kunden des Baumarktes werden in die Käufersegmente "Privatkunde" (PK) sowie "Handwerkskunde" (HK) eingeteilt. So gehören zum Segment HK Gewerbetreibende wie z. B. Tischler, Fliesenleger, usw. Eine interne Analyse der Controllingabteilung ergab, dass im zurückliegenden Geschäftsjahr über beide Käufersegmente 18% der verkauften Produkte reklamiert wurden; 2/3 davon wurden von Privatkunden reklamiert. Die Auswertung ergab ferner, dass 24 % aller verkauften Produkte der Kategorie "Handwerkskunde ohne Reklamation" zugeordnet werden konnten.

Ein Mitarbeiter der Controllingabteilung hat nach eigenen Berechnungen einen Anteil des Käufersegmentes "PK" an allen Käufern von 70 % ermittelt. Zudem behauptet er, dass von allen Nicht-Reklamationen über 70 % von Privatkunden stammen.

f) Zeigen Sie, dass der Mitarbeiter jeweils Recht hat.

Ein Mitarbeiter der Geschäftsleitung behauptet im Rahmen einer Geschäftssitzung: "*Unsere Privatkunden sind deutlich reklamationsfreudiger als unsere Handwerkskunden. Hier müssen wir unsere Geschäftspolitik verbessern.*"

g) Bewerten Sie diese Aussage vor dem Hintergrund des vorliegenden Datenmaterials aus der betriebsinternen Studie.

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B2

Unterrichtliche Voraussetzungen
Die erwartete Leistung der Prüflinge wird in einer hinreichend detaillierten Musterlösung vorgestellt. Dabei werden die ausgewählten Prüfungsinhalte vor dem Hintergrund der Lehrplanvorgaben schlüssig begründet. Die Aufteilung der BE in die drei Anforderungsbereiche (AFB I, II und III) sind vor dem Hintergrund der zu beschreibenden unterrichtlichen Lernvoraussetzungen und des durch die Aufgabenstruktur festgelegten Grades an Komplexität und Kompliziertheit zu begründen.

B2 Aufg. 1 oHiMi	**Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung** Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.	AFB I	AFB II	AFB III
a)	Aussage / wahr / falsch: $C^3 - C = \begin{pmatrix} 24 & 24 \\ 24 & 24 \end{pmatrix}$ – falsch: X Die Matrix D^2 ist nicht definiert. – wahr: X x = 0 ; y = -4 ; z = beliebig wg. $\det(B) = 2k + 4$ folgt: Für $k \neq -2$ existiert B^{-1}	1 1 2	1 2	
b)	Aus den beiden Gleichungen folgt: $2 + 6 \cdot t = -10 \;\rightarrow\; t = -2$ sowie $-2 \cdot t + 24 = 28 \;\rightarrow\; t = -2$ Für t = -2 führt die Gleichung zu einer wahren Aussage. Wegen (z. B.) $\det\begin{pmatrix} 1 & t \\ -t & 4 \end{pmatrix} = 4 + t^2 > 0$ (q.e.d.)	2		3
c)	Es folgt $P(2 < X \leq 5) = P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5)$ Durch Ablesen folgt: $P(2 < X \leq 5) \cong 0{,}23 + 0{,}195 + 0{,}1 \cong 0{,}525$ $\mu = 8 \cdot \frac{1}{4} = 2$ steht im Widerspruch zur Graphik, aus der der Erwartungswert bei $\mu = 3$ oder $\mu \approx 3$ angenommen werden muss.	2	2	
d)	Aus der Versuchsanordnung folgt die Wahrscheinlichkeitsverteilung x_i: 2, 3, 4 p_i: 0,3, 0,6, 0,1 somit folgt für den Erwartungswert der Verteilung $E(X) = 2 \cdot \frac{3}{10} + 3 \cdot \frac{3}{5} + 4 \cdot \frac{1}{10} = 2{,}8$		4	
	Summe	**8**	**9**	**3**

BOS-Abschlussprüfung - Mathematik Erwartungshorizont (EWH) und Bewertung	Vorschlag B2

<table>
<tr><th>B2
Aufg. 3</th><th>Musterlösung als erwartete Prüflingsleistung
Der gewählte Lösungsansatz und Lösungsweg müssen nicht identisch mit dem der Modelllösung sein. Sachlich richtige Alternativen werden an dieser Stelle mit entsprechender Punktzahl bewertet.</th><th>AFB I</th><th>AFB II</th><th>AFB III</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Die Anzahl der Spalten der ersten Matrix entsprechen der Anzahl der Zeilen der zweiten Matrix.
Z. B. am Element c_{11}: $12 \cdot 1 + 6 \cdot 2 = 24 = c_{11}$
Die Elemente der Matrix C geben jeweils die benötigte Menge der unterschiedlichen Profilbretter für die beiden Arten der Vogelhäuschen an, um jeweils ein Vogelhäuschen herstellen zu können.</td><td>2
4</td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>b)</td><td>$(0{,}2 \quad 0{,}1 \quad 0{,}15) \cdot \begin{pmatrix} 24 & 30 \\ 16 & 20 \\ 10 & 10 \end{pmatrix} = (7{,}9 \quad 9{,}5)$
Die Materialkosten für V1 betragen 7,90 € und für V2 9,50 €.</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>c)</td><td>$\begin{pmatrix} 12 & 6 \\ 8 & 4 \\ 10 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} 200 \\ 160 \\ 200 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{r} 12z_1 + 6z_2 \leq 200 \\ 8z_1 + 4z_2 \leq 160 \\ 10z_1 \leq 200 \end{array}$
Sofern die Profilbretter P_3 vollständig aufgebraucht werden sollen, gilt $z_1 = 10$. Daraus folgt $z_2 = 13$ aufgrund der Ungleichungsrestriktionen. (andere Lösungsvorschläge möglich)</td><td>2</td><td>1
1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>d)</td><td>Die Aussage ist falsch. Da lediglich die Zeilen Wanderungsanteile (von → zu) abbilden, müssen lediglich die einzelnen Zeilensummen dem Wert 1 (100 %) entsprechen.</td><td>1</td><td>1</td><td></td></tr>
<tr><td>e)</td><td>$\begin{pmatrix} 0{,}5 & 0{,}2 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0{,}6 & 0{,}3 \\ 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.600 \\ 3.900 \\ 3.500 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3.000 \\ 4.000 \\ 3.000 \end{pmatrix}$
Die Baumarktkette hat mit einem Rückgang von 400 (entspricht ca. 13 %) Handwerkskunden zu rechnen.</td><td>2</td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>f)</td><td>Aus den Angaben entsteht nachfolgendes Vier-Felder-Diagramm
(R: gekauftes Produkt wird reklamiert)
<table>
<tr><th></th><th>PK</th><th>HK</th><th></th></tr>
<tr><td>R</td><td>0,12</td><td>0,06</td><td>0,18</td></tr>
<tr><td>$\bar{R}$</td><td>0,58</td><td>0,24</td><td>0,82</td></tr>
<tr><td></td><td>0,7</td><td>0,3</td><td>1</td></tr>
</table>
Es folgt: $P(PK) = 0{,}7$ und $P_{\bar{R}}(PK) = \frac{P(\bar{R} \cap PK)}{P(\bar{R})} = \frac{58}{82} \cong 70{,}73\ \%$</td><td>3</td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>g)</td><td>Mit den zu vergleichenden bedingten Wahrscheinlichkeiten folgt:
$P_{PK}(R) = \frac{12}{70} \cong 17{,}14\ \%$ und $P_{HK}(R) = \frac{6}{30} = 20\ \%$.
Die "Reklamationsfreudigkeit" der beiden Käufersegmente unterscheidet sich in ihrer Auftrittswahrscheinlichkeit kaum; zudem ist der entsprechende Anteil der Privatkundenreklamationen an den Privatkunden sogar noch geringfügig kleiner als der entsprechende Wert bei den Handwerkskunden. Die Aussage ist nicht haltbar.</td><td></td><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td></td><td>Summe</td><td>16</td><td>18</td><td>6</td></tr>
</table>